Javier Aracil
y Francisco Gordillo

Dinámica de sistemas

Alianza
Editorial

Capítulo 1

MODELOS DE SIMULACIÓN INFORMÁTICA DEL COMPORTAMIENTO

1.1. INTRODUCCIÓN

Este libro está dedicado al estudio de la dinámica de sistemas. Con esa locución se alude a un método para el estudio del comportamiento de sistemas mediante la construcción de un modelo de simulación informática que ponga de manifiesto las relaciones entre la estructura del sistema y su comportamiento. En esta introducción vamos a analizar los diferentes términos que aparecen en la anterior caracterización. Así, en primer lugar, explicaremos el concepto de sistema en el sentido usado aquí. Después trataremos de precisar qué entendemos por comportamiento de un sistema, y de esbozar la relación existente entre ese comportamiento y la estructura del sistema, lo que nos llevará a considerar la dinámica de un sistema. Nos detendremos en una estructura particularmente interesante, como es la estructura de realimentación, que nos permitirá tener un primer ejemplo de una propiedad propiamente sistémica, en la que el modo de comportamiento depende de la estructura. Con ello ya estaremos en disposición de analizar qué entenderemos por un modelo y en particular de un modelo de simulación informática. Con todo tendremos un primer esbozo de la dinámica de sistemas que consideraremos como un método concreto para el estudio de sistemas dentro del campo disciplinario de más amplias pretensiones que es la sistémica. Cerraremos el capítulo con una rápida revisión de los campos de aplicación de este método de estudio de sistemas.

1.1.1. Concepto de sistema

El término *sistema* posee varias acepciones en su uso ordinario. Por ejemplo, decimos que tenemos un sistema o método para resolver una cierta situación problemática. No es ése el sentido que nos interesa aquí. Para nosotros un sistema es un objeto formado por un conjunto de partes entre las que se establece alguna forma de relación que las articula en la unidad que es precisamente el sistema. Un sistema se nos manifiesta como un aspecto de la realidad dotado de cierta complejidad precisamente por estar formado por partes en interacción. Esta interacción coordina a las partes dotando al conjunto de una entidad propia. Las partes y la interacción entre ellas son los elementos básicos en esta concepción de sistema. Un sistema se percibe como algo que posee una entidad que lo distingue de su entorno, aunque mantiene interacción con él. Esta identidad permanece a lo largo del tiempo y bajo entornos cambiantes.

Esta acepción del término sistema se aplica en múltiples campos. Por ejemplo, hablamos del sistema planetario formado por los planetas ligados por las fuerzas gravitatorias que se ejercen entre ellos y el Sol. Hablamos también de un sistema ecológico formado por diferentes poblaciones entre las que se establecen relaciones de cooperación o de predación, formándose en este último caso cadenas alimentarias. Asimismo aludimos a un sistema económico formado por los diferentes agentes entre los que se producen relaciones de intercambio de bienes y prestación de servicios. Análogamente decimos de una empresa que es un sistema en el que se coordinan sus distintos departamentos para, por una parte, producir el producto o servicio que justifica su existencia y, por otra, asegurar la adecuada retribución del trabajo y del capital en ella involucrados. La lista de ejemplos es interminable, ya que de casi todo lo que nos rodea se puede decir que es un sistema. Incluso en física fundamental el propio concepto de átomo con el que soñaba Demócrito ha sido desbancado por un enjambre de partículas elementales coordinadas.

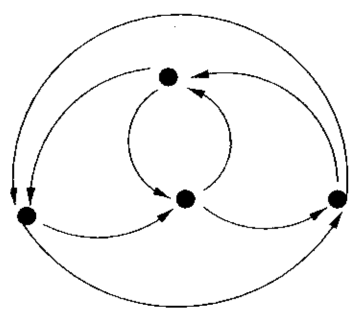


FIGURA 1.1. *Grafo que representa un sistema.*

Por tanto, para nosotros, un sistema es un cierto aspecto de la realidad al que podemos adscribir una descripción en la que básicamente se enuncien una serie de partes componentes y una forma de interacción entre ellas que suministre un vínculo que las organice en la unidad que es el sistema. La descripción más elemental que podemos hacer de un sistema es sencillamente enunciar el conjunto C de sus partes y la relación R que establece la vinculación que se produce entre ellas. Es decir, un sistema es el objeto que admite al menos una descripción mínima según la cual está formada por un conjunto C y una relación R entre los elementos de C. En esta anterior definición los elementos básicos son el par (C, R). A esta descripción podemos asociar la imagen gráfica de un grafo como el que se muestra en la figura 1.1, cuyos nodos denotan esas partes y cuyas aristas representan las influencias que se producen entre ellas. Este grafo aporta una descripción de naturaleza estructural del sistema y por ello se dice que representa su estructura. Un ejemplo más concreto de grafo de un sistema aparece en la figura 1.2 que muestra el grafo de un sistema demográfico.

Las partes de un sistema se caracterizan mediante sus atributos, de modo que las influencias entre las partes se convierten en relaciones entre los atributos característicos. En el capítulo 2 estudiaremos con detalle estructuras elementales de sistemas.

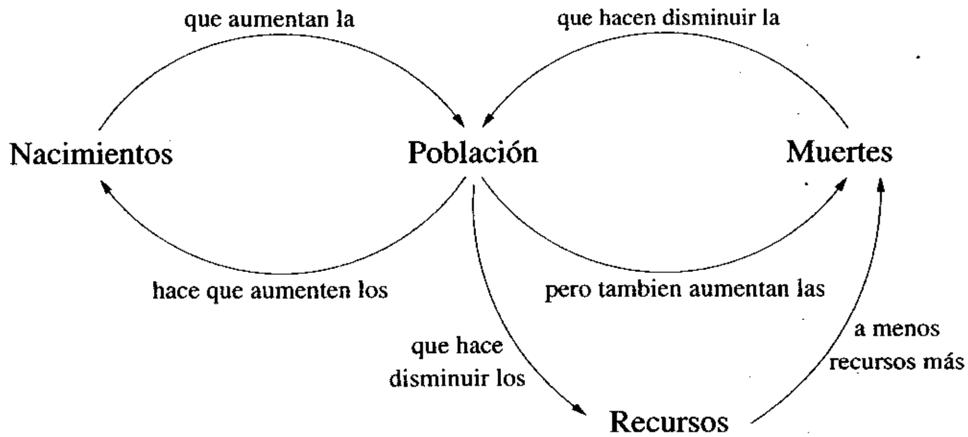


FIGURA 1.2. *Grafo de un sistema demográfico.*

En todos los ejemplos de sistemas que hemos considerado anteriormente se trataba de cosas naturales o sociales, pero siempre materiales o concretas. A estos sistemas aludimos corrientemente diciendo que forman parte del mundo externo o extralingüístico que nos afecta con sus solicitaciones. Por otra parte, existen los sistemas formales, formados por objetos abstractos (símbolos y relaciones) que aportan los útiles con los que representar a esos sistemas concretos que forman nuestro entorno. El objetivo del constructor de un modelo de dinámica de sistemas será precisamente el producir esos objetos formales con los que representar sistemas del mundo real, de forma análoga a como un mapa representa un ámbito geográfico.

En ese sentido conviene precisar los dos usos habituales del término *sistema*. Por una parte, se emplea para designar un aspecto del mundo, como en los ejemplos más arriba mencionados de sistemas ecológicos o sociales. Por otra, para referirse al objeto abstracto mediante el cual se describen esos sistemas reales. Esta distinción no es exclusivamente terminológica, sino que subyace en ella la distinción entre el objeto S del mundo real que se trata de estudiar, y su representación mediante un objeto matemático adecuado (C, R), al que nos referiremos como un modelo $\mathcal{M}$. Sin embargo, no es extraño que se confundan las dos acepciones, lo que conduce a identificar la representación con lo representado. Los que defienden que esa identificación no es grave dirán que precisamente se construye el modelo para poder hacerla, para tener una representación que sea réplica exacta de lo representado. Sin embargo, esta afirmación hay que tomarla con las oportunas reservas, ya que nunca podemos agotar un cierto aspecto de la realidad con su representación.

Conviene observar que en todos los ejemplos mencionados más arriba el término sistema aparece adjetivado: sistema planetario, sistema ecológico, sistema económico... Esta necesidad de adjetivación sugiere que algunas de sus propiedades están subsumidas bajo el adjetivo, mientras que otras lo están bajo el propio término sistema. El adjetivo describe lo que es particular de la clase de sistemas que se están considerando, mientras que *sistema* alude a aquellas propiedades que son independientes de la naturaleza concreta del sistema en cuestión. En todo sistema S cabe considerar, por una parte, propiedades que dependen de la naturaleza de las partes C que lo forman; es decir, propiedades de las partes que se manifiestan en el sistema. Por otra, S posee propiedades ligadas a la forma de organizarse las partes en el sistema, propiedades que cabe asociar, en la descripción del sistema con la que lo conceptualizamos, a la relación R.

Estas propiedades son las propiamente sistémicas y de ellas emana la noción de sistemicidad. Vamos a ver en el concepto de realimentación una propiedad de esta naturaleza.

1.1.2. La estructura de realimentación

Una estructura básica en el estudio del comportamiento de un sistema es la estructura de realimentación, por lo que conviene dedicarle algún espacio en esta introducción. Para ilustrarla supongamos un proceso muy sencillo de la vida ordinaria como es el llenar un vaso (figura 1.3). En este caso, el grifo, el vaso y la persona que lo llena son las partes del sistema. El proceso de llenar un vaso de agua presupone que el que lo realiza abre el grifo, observa cómo aumenta el nivel del agua en el vaso y lo cierra cuando estima que el nivel alcanzado es el deseado. Podemos describir lo que sucede diciendo que el que llena el vaso compara el nivel alcanzado con el nivel deseado y actúa sobre el grifo en función de esta discrepancia, de modo que según disminuya la diferencia de niveles irá cerrando el grifo hasta hacerlo definitivamente cuando la discrepancia se anule.

FIGURA 1.3. *Proceso de llenar un vaso.*

En la figura 1.4 se ha superpuesto al dibujo de la figura 1.3 un diagrama en el que de forma esquemática se indican las influencias implícitas en la anterior descripción del proceso. Este diagrama básico se muestra de forma aislada en la figura 1.4b. En el diagrama se han indicado mediante flechas las influencias que se producen entre los distintos elementos que intervienen en la descripción del proceso. Así, se indica mediante una flecha que el flujo de agua influye sobre el nivel alcanzado en el vaso. Además, mediante un signo + se indica que la influencia es positiva, lo que quiere decir que a mayor flujo de agua, mayor nivel alcanzado. Análogamente al crecer el nivel disminuye la discrepancia, lo que se indica mediante una flecha a la que se asocia un signo −. Por último, la discrepancia se determina a partir del nivel deseado y del nivel alcanzado.

Este ejemplo constituye una muestra de cómo se puede analizar un sistema, descomponerlo en sus elementos esenciales y relacionar estos elementos mediante un bosquejo de cómo se producen las influencias entre ellos. Se tiene así la descripción más elemental que podemos tener de ese sistema, que se limita a establecer sus elementos componentes básicos y las influencias entre ellos. En este ejemplo concreto se ilustra también lo que se conoce como un

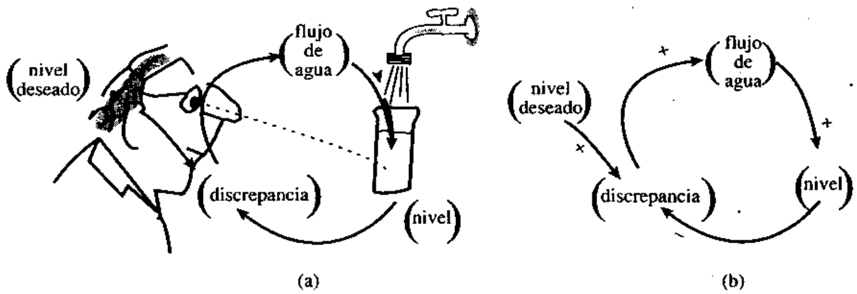


FIGURA 1.4. *Diagrama básico del proceso de llenar un vaso de agua: (a) con un grafo orientado; (b) con un grafo signado.*

bucle de realimentación, ya que en él se produce una transmisión de información circular de forma continua.

Esta estructura causal circular aparece en múltiples situaciones y está en el origen de comportamientos complejos, como veremos a lo largo de este libro. Existe una metáfora que de forma gráfica ilustra ese hecho. Se supone que alguien está inmerso entre dos tipos de problemas que se ilustran mediante losas como hace la figura 1.5a. Al tratar de liberarse de una de ellas, empujándola para apartarla, se produce el fenómeno que se ilustra en la figura 1.5b. La causalidad circular implícita en el proceso de realimentación hace que aparentes soluciones a unos problemas producen deterioros importantes en otros. Existen muchos ejemplos de estructuras de realimentación en los sistemas en los que estamos inmersos.

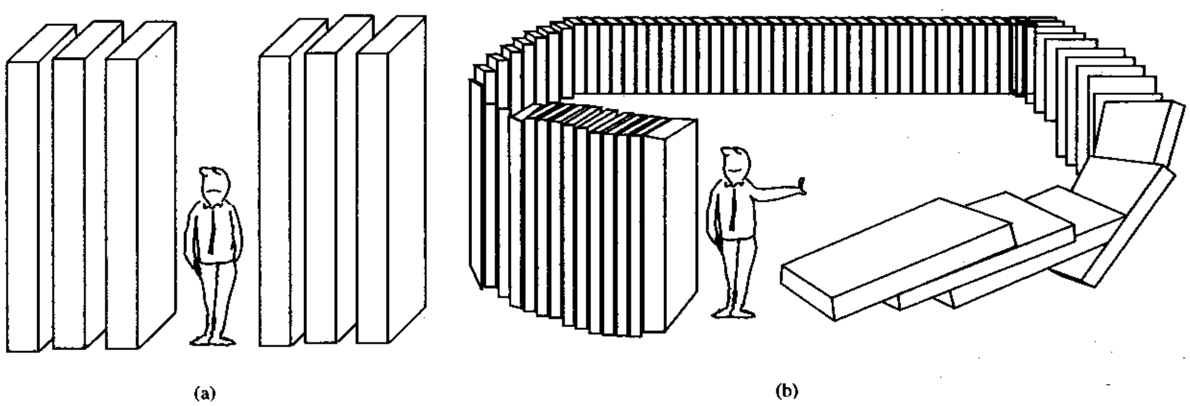


FIGURA 1.5. *Ilustración de los problemas asociados a las estructuras de realimentación.*

1.1.3. Dinámica y comportamiento

En la locución *dinámica de sistemas*, junto con el término sistema aparece el de dinámica. A un nivel superficial, el término dinámica lo empleamos por oposición al de estática, y queremos expresar con él el carácter cambiante de aquello que adjetivamos con ese término. A algo que

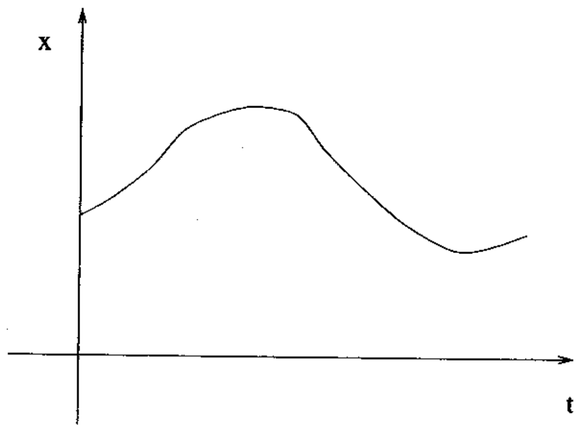


FIGURA 1.6. *Trayectoria que describe el comportamiento de una magnitud x.*

cambia con el tiempo asociamos una imagen como el de la figura 1.6 en la que se muestra la trayectoria de una magnitud.

El concepto de trayectoria es algo con lo que estamos familiarizados. En principio, evoca la imagen de un proyectil que se desplaza por el espacio. Pero también podemos emplearlo para referirnos a la evolución de un indicador económico (la figura que muestran los periódicos de la evolución de la Bolsa, por ejemplo) o, en general, de cualquier magnitud que cambie con el tiempo. La representación gráfica de las trayectorias *muestra* el comportamiento del sistema al que se asocian esas magnitudes, ya que es una imagen geométrica de ese comportamiento. Se emplea aquí comportamiento en un sentido preciso: entenderemos por comportamiento la evolución a lo largo del tiempo de las magnitudes que se consideran relevantes para caracterizar los objetos considerados.

Cuando hablamos de estudiar su comportamiento, estamos asumiendo que los sistemas *cambian* con el tiempo (es decir, que los atributos asociados a ellos sufren variaciones; por eso registramos sus trayectorias) y que nos interesa *dar razón* de esos cambios (buscamos una descripción racional del comportamiento). Resulta especialmente importante el caso en que esos cambios se generen endógenamente; es decir, resulten básicamente de las tensiones que se producen en el seno del sistema, mediante las relaciones entre las partes que lo forman. Ello no excluye la posibilidad de considerar la acción de eventuales factores externos, pero para nosotros lo más significativo en la descripción del comportamiento serán las propias tensiones internas. Estas tensiones vienen determinadas por las interacciones entre las partes del sistema, que suministran, a su vez, el vínculo que articula a esas partes en la entidad que es el sistema. En este sentido hay que resaltar que el término dinámico tiene una connotación no sólo de cambio, sino de la fuerza (del dinamismo) que lo engendra.

El conjunto de las trayectorias de las magnitudes asociadas a un sistema *dan cuenta* de su comportamiento durante un periodo de tiempo determinado. Muestran una imagen gráfica de *qué* ha hecho el sistema durante ese periodo. En esas trayectorias se ponen de manifiesto los cambios que se han producido en los atributos asociados a S. Si queremos profundizar en el conocimiento del sistema interesa conocer a qué pautas responden esos cambios (en el caso de que no sean enteramente arbitrarios o caprichosos). En ello reside la pretensión de un análisis *racional* del comportamiento de un sistema.

En algunos casos es posible *dar razón* de esas pautas a partir de la estructura del sistema; es decir, es posible asociar modos de comportamiento a determinadas formas de organizar las influencias entre las partes de un sistema. En el capítulo 2 se tratarán ejemplos de estos casos.

Para el estudio del comportamiento de los sistemas disponemos de un objeto matemático especialmente adecuado: el sistema dinámico. Formalmente un sistema dinámico es el objeto matemático formado por un espacio de estados X y una regla que prescribe como varían estos estados a lo largo del tiempo. Esta regla se puede expresar de diferentes formas, pero a nosotros nos interesará fundamentalmente la siguiente:

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

en donde la función f expresa precisamente la regla que rige el cambio dx/dt[1] que se produce en el estado $x \in X$.

El concepto de *sistema dinámico* se origina en la mecánica clásica para describir cómo se produce la variación de la posición y la velocidad de las partículas materiales en función de las fuerzas que se producen entre ellas. El uso de este concepto se puede generalizar al caso en que en lugar de posiciones y velocidades de un sistema mecánico se consideren los distintos atributos asociados a las partes de un sistema; y en vez de las fuerzas que interactúan entre partículas se consideren las relaciones de influencia entre ellas que suministran la trabazón que articula las partes del sistema. De este modo el concepto de *sistema dinámico* aporta el lenguaje para la descripción del comportamiento de un sistema. Veremos cómo la dinámica de sistemas suministra un método para transcribir la descripción elemental de un sistema en un sistema dinámico. De este modo para el estudio de un sistema concreto construiremos un objeto formal, que será un sistema dinámico en el sentido matemático del término, y con el que tenemos un modelo de ese aspecto de la realidad que tratamos de estudiar.

1.2. CONCEPTO DE MODELO

Otro concepto que conviene revisar es el de modelo. Como sucede con sistema, el término modelo se emplea con múltiples sentidos. De estos usos ordinarios hay dos claramente contrapuestos que conviene recordar para precisar el que a nosotros nos interesa. Por una parte, del que posa para un pintor o para un fotógrafo decimos que es su modelo. En este caso se entiende por modelo el referente de lo representado. Por el contrario, también hablamos de modelo al referirnos a una maqueta que pretende reproducir un determinado aspecto de la realidad. En este segundo caso hablamos de modelo como representación. El modelo es un objeto que representa a otro. Éste es el sentido del término modelo que nos interesa aquí. Y así diremos que para un observador $\mathcal{O}$ un objeto $\mathcal{M}$ es un modelo de un objeto $\mathcal{S}$ (un sistema), si $\mathcal{O}$ se puede servir de $\mathcal{M}$ para responder a cuestiones que le importan con relación a $\mathcal{S}$[2]. Es decir, un

[1] En este libro se utilizan indistintamente las notaciones dx/dt y $\dot{x}$ para representar a la derivada de la variable x respecto del tiempo t.

[2] M. Minsky, 1968, "Matter, mind and models", en *Semantic Information Processing*, M. Minsky (ed.), pp. 425-432. The MIT Press.

modelo $\mathcal{M}$ es un *instrumento* que ayuda a $\mathcal{O}$ a responder preguntas acerca de un aspecto de la realidad al que convenimos en considerar un sistema concreto $\mathcal{S}$. Conviene resaltar el carácter de instrumento del modelo. Es un medio para algo (habitualmente una ayuda a la toma de decisiones, en un sentido amplio) y no un fin en sí. Sirve, aquí y ahora, para ayudar a resolver un problema concreto, que ha motivado su construcción. Normalmente no tiene un carácter definitivo.

En esta definición de modelo, la presencia del observador $\mathcal{O}$ es básica, ya que toda descripción (y, en consecuencia, todo modelo $\mathcal{M}$) lleva asociada un observador $\mathcal{O}$. El modelo lo es *para él*, y para aquellos con los que comparte un lenguaje con el que describir una determinada forma de ver un cierto aspecto de su entorno. El modelo no es —al menos no tiene por qué serlo— una copia (de aquel aspecto) que tenga un valor descriptivo independiente de cómo se realiza, sino que está asociada a una interpretación de la realidad construida con los útiles aportados por un lenguaje de modelado.

Con un modelo se pretende describir un cierto fenómeno o proceso $\mathcal{S}$. Por tanto, recogerá sólo aquellos aspectos que —en opinión de su constructor, y según su buen saber y entender— resulten relevantes con relación a $\mathcal{S}$. Presupone, por tanto, la adopción de un criterio de relevancia con respecto a aquello que se va a incluir en el modelo. No existen descripciones neutrales.

El proceso mediante el cual $\mathcal{O}$ construye $\mathcal{M}$ recibe la denominación de *proceso de modelado*. Con su concurso se procede a la construcción de un objeto artificial: el modelo $\mathcal{M}$. En todo proceso de modelado se pueden distinguir, al menos, tres aspectos:

- Una problemática concreta con relación a $\mathcal{S}$. Como ya hemos apuntado, un modelo nunca puede pretender agotar la realidad de $\mathcal{S}$, sino que sólo atiende a determinados aspectos suscitados por un problema concreto. Este problema es el que ha determinado la decisión de construir el modelo (normalmente se trata de decidir sobre unas acciones a realizar con respecto a $\mathcal{S}$ para alcanzar ciertas metas concretas).
- La experiencia previa relativa a otros $\mathcal{S}_i$ análogos a $\mathcal{S}$. Esta experiencia puede ser propia o ajena; puede, a su vez, constituir un cuerpo de doctrina organizado o ser simplemente un conjunto de opiniones. Pero, en todo caso, se trata de la información de que se dispone con relación a $\mathcal{S}$.
- Un medio de expresión que permita a $\mathcal{O}$ *realizar* $\mathcal{M}$, al que podemos denominar *lenguaje de modelado*, que suministra los módulos básicos (conceptos y símbolos) a partir de los cuales se construye el modelo. Estos útiles suministran un marco desde el cual *ver* y, a partir de esa *visión*, representar a $\mathcal{S}$. Combinando esos módulos se tiene un repertorio de posibilidades de representación entre las que hay que buscar aquella que *mejor se ajuste* al $\mathcal{S}$ concreto objeto de modelado.

Un modelo se dice, en la terminología habitual del modelista, que se *construye*, en el sentido de que se edifica; es decir, que se ensamblan módulos básicos para dar lugar al objeto artificial que es el modelo. Este aspecto de construcción, a lo largo del proceso de modelado, no debe ser subvalorado y, en consecuencia, cabe considerar a ese proceso como artesanal, en el sentido de arte de organizar los elementos básicos que suministra la técnica de modelado empleada de forma adecuada para conseguir el objetivo propuesto: una imagen aceptable, para un determinado propósito, de un cierto aspecto del mundo real.

1.3. SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO

El computador u ordenador es un instrumento de considerable universalidad que puede convertirse, adecuadamente programado, en una aparente réplica —en lo que al comportamiento se refiere— de objetos o procesos del mundo de los que se disponga de una descripción convenientemente formalizada. Se dice entonces que *simula* al objeto con cuya descripción se ha programado. También se dice que se tiene un *simulador* del objeto o proceso considerado.

En este libro nos vamos a ocupar de la simulación del comportamiento de sistemas. Ya hemos visto que el comportamiento de un sistema se representaba mediante las trayectorias de las diferentes magnitudes que se le asocian. Nuestro objetivo será construir un modelo matemático, mediante un sistema dinámico, que, programado en un computador, permita generar las trayectorias que ilustren su comportamiento.

Los modelos $\mathcal{M}$ que aquí consideramos (modelos de simulación informática del comportamiento) no son una representación pasiva de $\mathcal{S}$ (al modo de un plano o mapa), sino que son de tal naturaleza que su programación en un computador permite que éste genere un comportamiento que es una réplica, empleando cierta convención, del de $\mathcal{S}$. Mediante la conjunción de técnicas informáticas y matemáticas, es posible pasar de la descripción de un cierto sistema, en un lenguaje adecuado, a la generación del comportamiento correspondiente.

Con lo visto hasta aquí ya estamos en condiciones de vislumbrar cómo se pueden ligar estructura y comportamiento. Por una parte, la estructura de un sistema viene dada por la trama de relaciones de influencia, de modo que se puede escribir,

$$\textit{estructura} \Longleftrightarrow \textit{trama de relaciones}$$

Por otra, su comportamiento se manifiesta mediante las trayectorias, por lo que se puede decir que:

$$\textit{comportamiento} \Longleftrightarrow \textit{trayectorias}$$

Por tanto, si a partir de la trama de relaciones se pudiesen obtener las trayectorias, se tendrían relacionadas estructura y comportamiento. Veremos cómo mediante la dinámica de sistemas somos capaces de llevar a cabo esta relación.

1.4. ELEMENTOS BÁSICOS DEL MÉTODO SISTÉMICO

En las secciones anteriores se han presentado, de forma somera, los elementos básicos sobre los que trata la dinámica de sistemas, a la que cabe considerar como un método concreto para el estudio de los sistemas que forman nuestro entorno. Este método se puede considerar como una manifestación particular de lo que se ha venido a denominar *metodología de sistemas*, o conjunto de métodos mediante los cuales abordar los problemas en los que la presencia de sistemas es dominante.

La metodología sistémica forma parte de lo que podemos denominar de forma genérica *movimiento sistémico*, que incluye todas las aportaciones, de naturaleza muy variada —desde filosóficas a metodológicas— relacionadas con el estudio de los objetos dotados de una cierta complejidad a los que hemos venido en denominar sistemas. Como ya hemos visto, para los sistemistas, un sistema es un objeto complejo —natural o artificial— susceptible de ser analizado —dividido— en partes, pero cuya entidad resulta precisamente de cómo esas partes se integran en la unidad sustantiva que es el propio sistema.

Entre el sistema —el todo— y sus partes, se establece una relación dialéctica que fue precursoramente apuntada por Pascal cuando dijo que era imposible entender el todo —el sistema, diríamos aquí— sin conocer las partes, así como el entender las partes sin conocer el todo. El movimiento sistémico trata precisamente de desarrollar útiles conceptuales y operativos específicos con los que llevar a cabo el programa así esbozado de estudio de sistemas complejos. Los resultados alcanzados por este movimiento pretenden articularse en torno a una teoría de sistemas o sistémica.

Esta teoría dista mucho de presentarse como algo unitario y claramente estructurado. Por el contrario, en la actualidad es más bien un punto de confluencia de estudiosos y especialistas de diferente procedencia, cada uno de los cuales comparece en el foro de la sistémica con su bagaje metodológico y los sesgos propios de la disciplina de la que procede. A todos les une una llamada común: sus objetos de estudio tienen la característica genérica de ser sistemas; de ser objetos complejos formados por múltiples partes en interacción, dotados de alguna forma de organización, y de tal naturaleza que existe la presunción de que su comportamiento (el del sistema, el del conjunto) se debe más a la forma de producirse las interacciones entre las partes que a las propiedades de las partes tomadas aisladamente.

La ciencia clásica ha sido fundamentalmente reduccionista, en el sentido de asumir como axioma metodológico básico el que para estudiar un objeto lo que había que hacer era reducirlo a sus partes y estudiarlas aisladamente. Una vez conocidas las propiedades de las partes, las propiedades del sistema se desprenden por sí solas. Se trataba, por tanto, de reducir el estudio de un sistema a su análisis, a su disección. Este principio analítico ha sido enormemente fecundo, en particular en física. Sin embargo, desde las disciplinas que se ocupan del estudio de objetos de una cierta complejidad pronto se empezó a presentir su insuficiencia. Tan importante como la disección y el análisis es la integración y la síntesis.

La teoría de sistemas pretende no subordinar en el sistema el todo a las partes, pero tampoco las partes al todo. El sistemista cuando analiza un sistema, lo disecciona en sus partes, pero sin perder de vista la unidad del sistema; las partes sólo tienen sentido en tanto que partes del sistema, y no como objetos aislados desvinculados de él. Por el contrario, cuando estudia el sistema como una unidad, no olvida las partes. Esta forma peculiar de integrar el análisis y la síntesis ha sido asumida lúcidamente por Simon al decir: "frente a la complejidad [de un sistema] un reduccionista convencido puede ser al mismo tiempo un holista pragmático"[3]. Análisis y síntesis se dan en una peculiar conjunción que constituye la esencia de la metodología sistémica. Sin embargo, estas ideas, por sugestivas que parezcan, pueden pecar de excesivamente abstractas y vagas. ¿Cómo articular el análisis y la síntesis en un método que permita estudiar sistemas concretos? Una respuesta a esta pregunta la aportan las técnicas de modelado y simulación informática y muy en especial la conocida como dinámica de sistemas, a la que se dedica este libro.

Veremos cómo la dinámica de sistemas es un método en el que se combinan el análisis y

[3] H. Simon, 1981, *The sciences of the artificial*, MIT, Cambridge, Massachusetts.

la síntesis, suministrando un ejemplo concreto de una metodología sistémica. La dinámica de sistemas suministra un lenguaje que permite expresar las relaciones que se producen en el seno de un sistema, y explicar cómo se genera su comportamiento. De este modo nos va a permitir poner de manifiesto cómo están relacionadas la estructura de un sistema (la trama de relaciones que articulan sus partes, recuérdese la figura 1.1) y su comportamiento (los cambios que se producen en sus atributos, representados por sus trayectorias, según se vio en la figura 1.6). Su objetivo es conciliar estructura y comportamiento, de modo que aparezcan como las dos caras de una misma moneda.

La construcción de un modelo para simulación informática requiere el análisis del sistema que se va a modelar, para decidir, en primer lugar, qué partes son relevantes para tener una descripción significativa. Una vez decididas las partes relevantes hay que establecer los mecanismos que las interrelacionan; es decir, hay que postular la forma cómo se integran para dar lugar al sistema. Mediante el computador es posible generar el comportamiento de esas partes (resultado del análisis) articuladas mediante el mecanismo de integración (consecuencia de la síntesis). Ese comportamiento deberá ajustarse al observado en la realidad. De este modo se tienen metodológicamente articulados análisis, síntesis y contrastación empírica.

Conviene resaltar cómo los modernos estudios sobre sistemas se han visto enormemente enriquecidos con la aparición del computador. Esta máquina es, en sí misma, un sistema complejo que puede, mediante su adecuada programación, convertirse en una réplica o *modelo* de una amplia clase de sistemas concretos. De este modo se dispone de un instrumento mediante el que desarrollar algo parecido a un trabajo experimental con las modelaciones de los sistemas. La introducción del computador lleva consigo la necesaria formalización de los objetos que se están estudiando y eso, para la teoría de sistemas, ha contribuido a su desarrollo formal. Por todo ello, el computador se ha convertido en un instrumento esencial para esta disciplina.

1.5. CAMPOS DE APLICACIÓN DE LA DINÁMICA DE SISTEMAS

La dinámica de sistemas fue concebida para resolver un problema concreto: el que presentaba una empresa de productos electrónicos que teniendo pocos clientes, y todos ellos con unos pedidos muy estables y previsibles, sin embargo registraba considerables oscilaciones en la línea de producción. La situación era desconcertante. El entorno en el que actuaba la empresa era muy estable y sin embargo en su seno se producían oscilaciones. Del análisis del problema se llegó a la conclusión de que estas oscilaciones eran generadas endógenamente por la empresa. Más aún, eran debidas a la combinación de estructuras de realimentación y de retrasos en la transmisión de información a lo largo de estas estructuras. Para llevar a cabo este análisis Jay W. Forrester sentó las bases del método que hoy conocemos como dinámica de sistemas.

Originalmente el método se denominó dinámica industrial, por el tipo de aplicación que había suscitado su desarrollo. Los trabajos pioneros se desarrollaron a finales de los años 50, y durante el decenio posterior se produce su implantación en los medios profesionales. A mediados de los 60 se comienza a vislumbrar aplicaciones del método más allá del ámbito industrial. En particular se promueve la aplicación de esas técnicas al estudio de áreas urbanas, dando lugar a lo que se denominó dinámica urbana[4]. Una aplicación análoga la constituye la dinámica regional. Con estas aplicaciones se desarrollan modelos que aportan una herramienta auxiliar para la planificación urbana y regional. Estos modelos representan las interacciones que se producen entre las principales magnitudes socioeconómicas del área correspondiente y permiten generar, a partir de ellas, las evolu-cio-nes de las magnitudes consideradas significativas: número de habitantes, indicadores económicos, etcétera, para, a partir de estas evoluciones, planificar las necesidades de infraestructura y de servicios.

Con todo ello se van consolidando las posibilidades del método para un análisis de las relaciones entre estructura y comportamiento en sistemas complejos. Por ello no es extraño que a finales de los 60 el Club de Roma considerase su idoneidad para llevar a cabo su estudio sobre los límites del crecimiento. Precisamente un modelo de dinámica de sistemas sirvió de base al primer informe al Club de Roma en el que se analizaba la previsible evolución de una serie de magnitudes agregadas a nivel mundial como son la población, los recursos y la contaminación. En el modelo se analizaba la interacción entre estas magnitudes y se ponía de manifiesto cómo en un sistema de esa complejidad, debido a las fuertes interacciones que se producen en su seno, la actuación sobre unos elementos, prescindiendo de los otros, conduce a resultados imprevistos, cuando no insatisfactorios. El informe correspondiente tuvo una gran incidencia en la opinión pública y ha sido objeto de múltiples debates, tanto favorables como en contra. Es indudable que todo ello contribuyó enormemente a la difusión del método empleado en su elaboración. Recientemente se ha publicado una reelaboración de sus conclusiones, a la vista de los veinte años transcurridos desde el primer informe, en la que prácticamente se mantienen las recomendaciones de aquel informe pionero[5].

Con este estudio sobre la dinámica mundial se puso de manifiesto que el método empleado posee una cierta universalidad que va más allá de los campos concretos a los que se aplica. Por tanto, las denominaciones dinámica industrial o dinámica urbana resultaban insuficientes y se convino en empezar a denominar el método como dinámica de sistemas[6].

Sus campos de aplicación han resultado ser muy variados durante sus más de treinta años de existencia. Además de los sistemas industriales y socioeconómicos de ámbito urbano o regional, se ha empleado en sistemas sociológicos en donde se han modelado desde aspectos teóricos como la dinámica social de Pareto y/o de Marx[7] hasta cuestiones de implantación de la justicia[8]. Otra área en que ha servido para importantes aplicaciones es la de los sistemas ecológicos y medioambientales, en donde se ha aplicado tanto a problemas de dinámica de poblaciones[9], como de difusión de la contaminación[10]. Otro campo interesante de aplicaciones es el que suministra los recursos energéticos, en donde se ha empleado para definir estrategias

---

[4] J. W. Forrester, 1969, *Urban dynamics*, Productivity Press.

[5] D. H. Meadows, D. L. Meadows, J. Randers, y W. W. Behrens III, 1973, *Los límites del crecimiento: informe al Club de Roma sobre el predicamento de la humanidad*, Fondo de Cultura Económica.

[6] Esa denominación ha sido cuestionada, ya que aparenta ser excesivamente pretenciosa cuando, en realidad, se ocupa de una clase limitada de lenguajes de modelado. Recientemente se han sugerido denominaciones alternativas, como *simulación dinámica* o *simulación del comportamiento*. Estas denominaciones, sin embargo, han conseguido aún menos aceptación. Aquí hemos conservado la denominación original.

[7] R. A. Hanemman, 1988, *Computer-assisted theory building*, Sage.

[8] C. Jacobsen y R. Bronson, 1985, *Simulating violators*, ORSA.

[9] L. Gutiérrez y W. Fey, 1980, *Ecosystem succession*, MIT Press.

[10] D. H. Meadows, D. L. Meadows, J. Randers y W. W. Behrens III, 1973, *Toward global equilibrium*, Wright-Allen Press.

de utilización de esos recursos[11]. Por terminar con esta sucinta enumeración de campos de aplicación, conviene también aludir que se ha empleado para problemas de defensa nacional[12].

La difusión de esta técnica de modelado y simulación informática ha sido muy amplia y en nuestros días se puede decir que constituye una de las herramientas sistémicas más sólidamente desarrolladas y que mayor grado de aceptación e implantación ha alcanzado.

Los capítulos de este libro constituyen una introducción a este método. En el capítulo 2 se exponen los elementos básicos del lenguaje sistémico, haciendo especial énfasis en cómo la estructura de un sistema determina su comportamiento. El método de la dinámica de sistemas se expone en el capítulo 3 y se ilustra con ejemplos en el capítulo 4. En el capítulo 5 se exponen diversas técnicas complementarias a la dinámica de sistemas que ayudan al análisis de los modelos. El capítulo 6 se dedica íntegramente a la descripción de una de estas técnicas: el análisis cualitativo de sistemas. La problemática asociada a los sistemas complejos se trata en el capítulo 7. Por último, el capítulo 8 se dedica a las técnicas de explotación de los modelos.

---

[11] N. Choucri, 1982, *International energy futures*, MIT Press. R. F. Naill, 1977, *Managing the energy transition*, Ballinger.

[12] E. Wolstenholme, 1990, *Systems enquiry*, Wiley, capítulos 8 y 10.

Capítulo 2
ELEMENTOS BÁSICOS DEL LENGUAJE SISTÉMICO

2.1. ATRIBUTOS Y SISTEMAS

En el capítulo anterior hemos visto cómo a un sistema se puede asociar una descripción mínima, que se reduce a un par (C, R), y cómo este par se puede representar mediante un grafo como el de la figura 1.1, donde los nodos o vértices del grafo representan los elementos del sistema, y cuyos arcos representan las relaciones de influencia entre ellos. El grafo incorpora una *información cualitativa* muy elemental con respecto al sistema; sin embargo, suministra una visión global de la organización del sistema de indudable interés. Además, de esa información, como veremos, se pueden obtener indicaciones genéricas respecto a los modos de comportamiento. Vamos a dedicar este capítulo a analizar las posibilidades de describir un sistema mediante el lenguaje sistémico que aporta la descripción mínima (C, R). Para ello conviene que nos detengamos en analizar los supuestos básicos de este lenguaje.

Al tratar de describir un sistema $\mathcal{S}$, un observador $\mathcal{O}$ le asocia un conjunto de *atributos* o características $\{X_i\}$. De una manera general se puede decir que un atributo X_i representa una cualidad perceptible de $\mathcal{S}$, que da lugar a una unidad conceptual de representación. Los atributos son los perceptos mediante los cuales *vemos*, entramos en relación con un determinado objeto $\mathcal{S}$. Por tanto, al mundo de $\mathcal{S}$ nos asomamos por medio de los atributos $\{X_i\}$, que se asocian a las distintas partes de $\mathcal{S}$. Así, en el ejemplo del proceso de llenar un vaso de agua, el nivel que alcanza el agua en el vaso es un atributo del sistema.

En la definición de sistema está implícita la asunción de que entre las partes se produce alguna forma de relación. Las partes de un sistema no presentan un comportamiento autónomo e independiente unas de otras, sino que los vínculos que las articulan en la unidad del sistema se manifiestan en que los comportamientos de cada una de ellas presentan formas de dependencia o correlación con los de las otras. Por ello las trayectorias de los distintos atributos X_i no serán independientes entre sí, sino que, de alguna manera, estarán implícitas relaciones de dependencia entre ellas.

El buen especialista en el sistema $\mathcal{S}$ posee formas de conocimiento (que a veces es posible que no estén completamente estructuradas ni sean explícitas) sobre cómo se manifiestan los vínculos entre las partes del sistema; respecto a cómo variaciones de determinado atributo X_k afectan a las manifestaciones de otro X_j; es decir, sobre cómo se producen las interacciones en el seno del sistema. Estamos suponiendo, de momento, un conocimiento —relativamente pobre— que establece únicamente la existencia de alguna forma de influencia entre atributos. Se emplea a veces el término *cualitativo* para referirse a la naturaleza de este conocimiento. Se puede representar formalmente mediante enunciados de la forma:

$$X_k \longrightarrow X_j \tag{2.1}$$

que se leen 'el atributo X_k influye sobre el atributo X_j' y que reciben la denominación de *relaciones de influencia* entre atributos. Debe notarse que el concepto de relación de influencia es un concepto primitivo con vistas al establecimiento de la estructura de un sistema.

El concepto de influencia tiene connotaciones con el de causalidad. De hecho, la relación de influencia, tal como se acaba de enunciar, se corresponde con enunciados de la forma 'X_k causa X_j' que son muy comunes en descripciones informales. La noción de causalidad, en este sentido laxo, desempeña un papel importante en la descripción de los fenómenos del mundo real. Existen, sin embargo, importantes diferencias entre este empleo laxo del concepto de causalidad y el sentido fuerte con el que se emplea en la ciencia, y que ha sido cuestionado por muchos filósofos. Este sentido fuerte se refiere a la *causa total*, mientras que la causalidad que se recoge en las anteriores relaciones de influencia es una relación parcial, realizada en conjunción con otras "causas". Por todo ello aquí se va a evitar hablar de causalidad, en la relación entre atributos, y se ha preferido emplear el término más débil de influencia.

La relación de influencia aporta un elemento esencial para la vertebración del sistema. A las diferentes partes de un sistema se asocian los correspondientes atributos (no se admiten partes sin atributos, porque en tal caso no pueden entrar en la descripción). Supongamos que a la parte A se asocia el atributo X_1 y a la B el X_2. Si $X_1 \longrightarrow X_2$ entonces diremos que 'A actúa sobre B'. De este modo resulta que la articulación entre las partes y la influencia entre atributos resultan ser sinónimos. Por ello, el concepto de influencia es básico en la formulación conceptual de un sistema.

Entre el simple conocimiento de la relación de influencia entre dos atributos, como establece la expresión (2.1), y la forma matemática precisa de esta influencia, existen formas de conocimiento intermedias. Supóngase que los valores que toman los atributos pueden ordenarse, de modo que tenga significado el decir que el valor tomado por un atributo se incrementa o se decrementa. En tal caso, una relación de influencia puede tener un signo positivo o negativo. Así, se dice que X_k influye positivamente sobre X_j si sucede que un incremento en X_k produce un incremento en X_j, y un decremento en X_k produce un decremento en X_j. Se escribe entonces:

$$X_k \xrightarrow{+} X_j \tag{2.2}$$

Análogamente se asigna un signo negativo a la relación si a un incremento de X_k se sigue un decremento en X_j, y a un decremento de X_k un incremento en X_j. En este caso se escribe:

$$X_k \xrightarrow{-} X_j \tag{2.3}$$

Obsérvese que para asociar un incremento o un decremento a los atributos no se requiere que sean magnitudes; basta con que se produzca una relación ordinal entre sus manifestaciones. Al asociar un signo a la relación de influencia se tiene una información más rica sobre cómo se produce la interacción entre las partes del sistema, pero que continúa conservando el carácter cualitativo.

La relación de influencia puede ser multívoca en sus antecedentes

$$X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n \longrightarrow X_k \tag{2.4}$$

en cuyo caso se lee 'X_1, X_2, ... y X_n influyen sobre X_k'.

El conocimiento implícito en una relación de influencia puede ser de naturaleza muy variada, desde leyes científicas (con un nivel de aceptación prácticamente universal) hasta opiniones de expertos (de menor valor epistemológico), pero que, en todo caso, constituye la información *disponible* con relación a la clase de sistemas a la que pertenece S. En todo caso, la relación de influencia constituye el conocimiento de naturaleza estructural más simple que posee el especialista en S.

Entre los elementos que constituyen el sistema se establece un bosquejo esquemático de aquellos que están relacionados entre sí, lo cual se hace por medio de un diagrama en el cual los nombres de los distintos elementos están unidos entre sí por flechas. El diagrama que así se obtiene recibe las denominaciones de *diagrama de influencias* o *causal*. Aquí se empleará la primera de ellas.

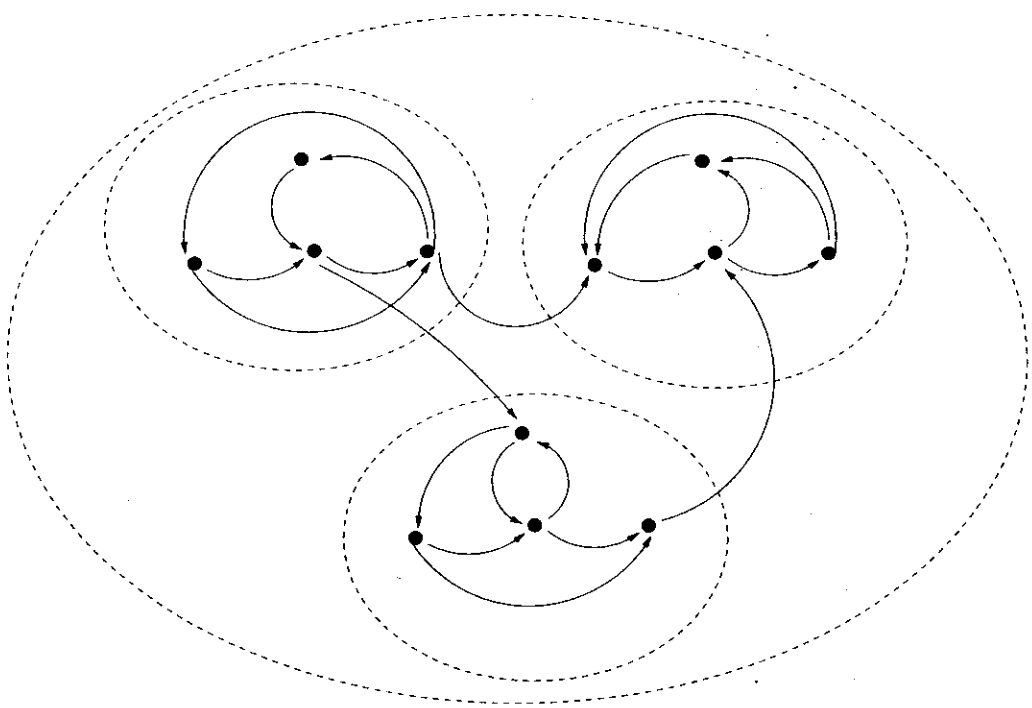


FIGURA 2.1. *Estructura de un sistema complejo.*

Mediante este diagrama, o lo que es lo mismo un conjunto de enunciados de la forma (2.3), se tiene una descripción del sistema S, que puede servir de base para construir un modelo. En este conjunto de enunciados debe haber uno para cada elemento de S, el cual aparecerá en su consecuente. A este conjunto se puede asociar un grafo, como el de la figura 2.1, que suministra un esbozo de cómo se produce la vertebración del sistema, y permite tener una perspectiva global respecto a cómo se articulan las partes en la unidad del sistema: esto se conoce como *estructura* del sistema, como ya hemos visto en el capítulo anterior.

La estructura de un sistema recoge lo que podemos llamar su *forma sistémica*; es decir, la forma en que se organizan las partes para dar lugar al sistema, de acuerdo con la descripción adoptada (es la manera más simple y esquemática de formular la relación R). La forma sistémica es responsable de aquellas propiedades del sistema asociadas a sus manifestaciones como tal sistema y no relativas a las partes consideradas aisladamente.

Como ya hemos indicado en el capítulo anterior, mediante un modelo se pretende, entre otras cosas, explicar *endógenamente* la generación de un comportamiento. Vamos a ver cómo esta generación endógena está asociada a la existencia de *bucles de realimentación* en la estructura del modelo. Estos bucles son cadenas de influencias circulares cerradas, cuya presencia permite explicar determinadas formas del comportamiento, que son específicas de la propia estructura, e independientes de las solicitaciones exteriores a las que se ve sometido el sistema.

Con ayuda de estos bucles podemos sentar las bases, aunque sea de forma muy laxa, de un lenguaje sistémico. Este lenguaje nos va a permitir no sólo realizar determinadas descripciones de los sistemas, sino que nos va a suministrar los elementos para realizar una primera organización de la percepción que tenemos de esos objetos. En cierto sentido, nos va a ayudar a *ver* cosas que sin él no veríamos. De este modo disponemos de un primer instrumento para iniciarnos en el estudio de las propiedades sistémicas.

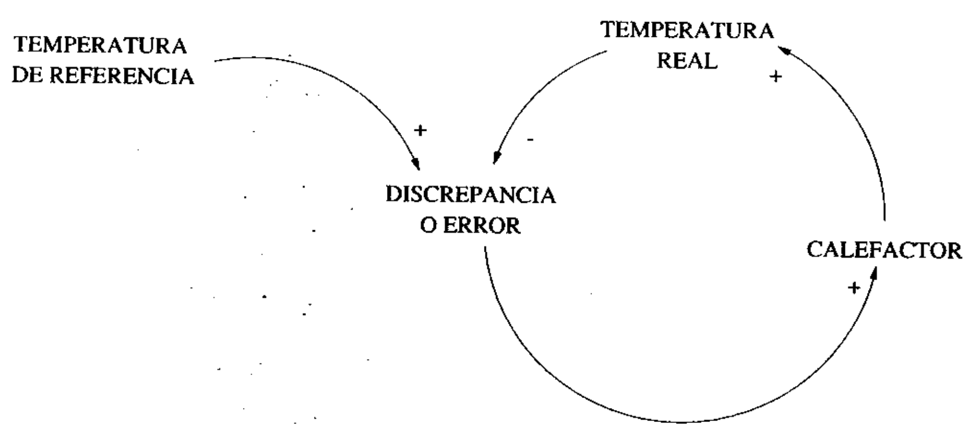


FIGURA 2.2. *Estructura de realimentación de un regulador de temperatura.*

Los elementos básicos de ese lenguaje son los bucles de realimentación positiva y negativa. Veremos cómo, a partir de ellos, podemos hacer algunas caracterizaciones elementales de los modos de comportamiento de los sistemas. Sin embargo, estas caracterizaciones pueden pecar de excesivamente esquemáticas, y resultar insuficientes. Para completarlas necesitamos un lenguaje más rico, del que nos ocuparemos en capítulos posteriores. Pero ese lenguaje es una reelaboración del que vamos a ver en este capítulo que, en cualquier caso, suministra las bases elementales de un lenguaje sistémico.

2.2. ESTRUCTURAS DE REALIMENTACIÓN SIMPLE

2.2.1. Bucle de realimentación negativa

En la figura 2.2 se tiene un ejemplo de un bucle de realimentación negativa al que ya se aludió en la sección 1.1.2 al analizar el proceso de llenado de un vaso. Ahora se trata de un sistema de regulación de temperatura.

El funcionamiento de un sistema de este tipo es extremadamente simple: si la temperatura se separa del valor deseado, aparece un error o discrepancia entre los valores de temperatura real y deseado, que activa un calefactor (o un refrigerador, en su caso), el cual, mediante la inyección de calorías (o frigorías) lleva la temperatura al valor deseado. Se trata, por tanto, de un comportamiento en el que el sistema corrige, de forma autónoma, las perturbaciones que tienden a separarlo del comportamiento deseado: el mantenimiento de la temperatura en un cierto valor. Este modo de comportamiento se conoce como comportamiento *autorregulador*. El sistema por sí solo se regula (él mismo *arregla* lo que la perturbación ha alterado). En la figura 2.3a se tiene la estructura general de un sistema de esta naturaleza.

Veamos con más detalle el comportamiento de un sistema con esta estructura. Si suponemos una variación en alguno de los elementos de la figura 2.3a, por ejemplo un incremento de A, este incremento determinará, de acuerdo con el signo de la influencia, un decremento de C, que a su vez determinará un decremento de B. Este último decremento de B producirá un decremento de A. Es decir, mediante la cadena causal circular, el incremento inicial de A se ha contrarrestado. Cualquier modificación (incremento o decremento) en cualquiera de los elementos vuelve a él, a lo largo de la cadena, con una acción de signo contrario. Se comprende así el carácter autorregulador del sistema que posee esta estructura. Por ello es la que incorporan a sus proyectos los ingenieros de control en el diseño de los sistemas automáticos. Las

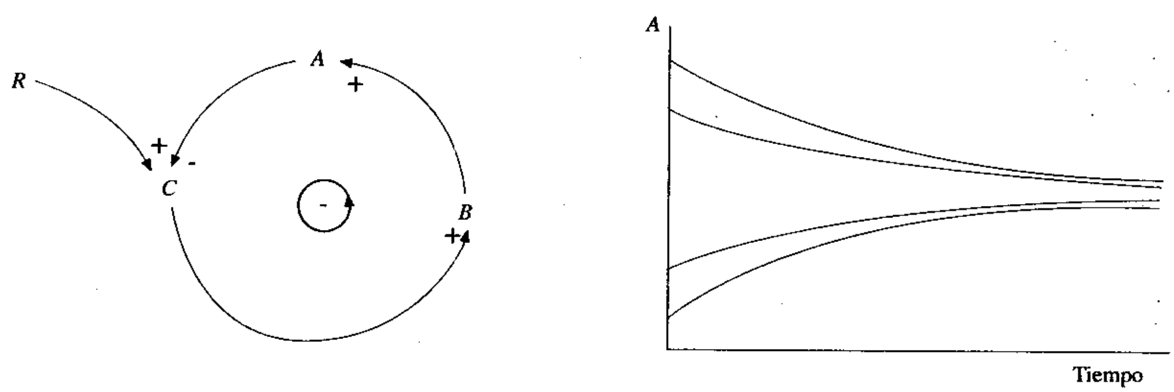


FIGURA 2.3. *Grafo genérico de la estructura de realimentación negativa (a) y comportamiento correspondiente (b).*

magnitudes tienden a mantenerse constantes, atenuándose los efectos de las perturbaciones (obsérvese que no se está afirmando que necesariamente los efectos se van a anular, sino que se atenúan). Suponiendo que en el instante inicial se produce la perturbación que separa a la magnitud regulada del valor deseado, las trayectorias correspondientes tienen la forma que se muestra en la figura 2.3b. Los bucles de realimentación negativa se denominan también *bucles reguladores* o *estabilizadores*.

Se comprende también el porqué de la denominación de *realimentación negativa*: por una parte, se tiene una realimentación, ya que la información "circula" por el sistema (se realimenta, en el sentido de que se vuelve a alimentar) debido a la cadena circular de influencias; y la realimentación es negativa por la existencia de una influencia negativa (o de un número impar de ellas). Sin esta influencia negativa no se tendría el efecto corrector o compensador.

Es claro que el modo de comportamiento autorregulador depende de la estructura del sistema; es decir, de la forma de organizarse los distintos elementos que lo forman en una cadena de influencias circular. Cualquiera que sea la naturaleza de los componentes, siempre que se tenga una estructura de realimentación negativa, se tendrá un comportamiento autorregulador. De hecho, así sucede en múltiples ámbitos de la realidad, y se tienen procesos autorregulados tanto en sistemas artificiales (los ya mencionados sistemas de regulación o los servomecanismos) como en sistemas naturales (como, por ejemplo, los procesos homeostáticos en los seres vivos por los cuales mantienen sus constantes en los valores que permiten su supervivencia, con independencia de los cambios que se produzcan en el entorno). El hecho de que el comportamiento de un sistema con realimentación negativa dependa de la estructura y no de la naturaleza de los elementos componentes pone de manifiesto que se trata de un ejemplo paradigmático de una propiedad sistémica, como ya se indicó en el capítulo anterior.

Este tipo de bucles subyace en los comportamientos orientados a un objetivo como son los ejemplos antes mencionados. En muchas ocasiones los objetivos se encuentran implícitos, por lo que no es fácil detectar el bucle de realimentación negativa correspondiente.

Los bucles de realimentación negativa, aunque simples desde un punto de vista conceptual, pueden generar sorpresas y comportamientos problemáticos si no se detectan. La resistencia al cambio, tratando de mantener un objetivo implícito, es la principal manifestación del comportamiento de un sistema con un bucle de esta naturaleza. Hasta que no se haga explícita esa estructura los intentos de cambiar el comportamiento del sistema están condenados al fracaso. En general, siempre que se detecte una resistencia al cambio se debe suponer que existe "escondido" un proceso (o varios) de realimentación negativa subyacente.

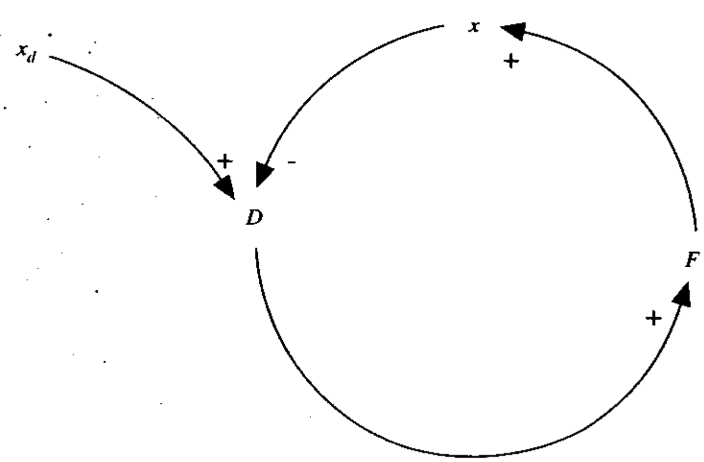


FIGURA 2.4. *Elementos básicos de un bucle de realimentación negativa elemental.*

2.2.2. Formulación matemática de un bucle elemental de realimentación negativa

Vamos a ver ahora una formulación matemática elemental de un sistema dotado de un bucle de realimentación negativa. Con ello dispondremos de una primera muestra de cómo asociar un sistema dinámico (en el sentido preciso que tiene en matemáticas esta locución) a un sistema dotado de realimentación negativa y descrito mediante un grafo. En la figura 2.4 se tiene un bucle de realimentación negativa elemental. Los elementos básicos de este bucle son:

- el estado del sistema x,
- la acción o flujo F,
- la discrepancia D,
- el objetivo, meta o estado deseado x_d.

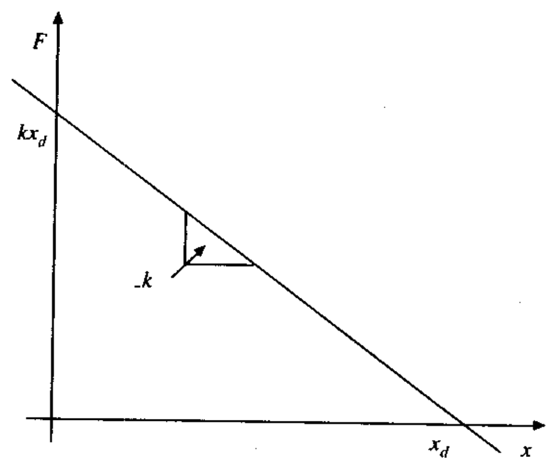


FIGURA 2.5. *Relación entre el flujo F y el estado x.*

Con el fin de introducir una hipótesis dinámica en el sistema, se supone que el estado representa la acumulación de acciones pasadas.

Se asume, además, que la relación entre el estado x y la acción F viene dada por una ecuación de la forma

$$\frac{dx}{dt} = F \tag{2.5}$$

lo que es consistente con la hipótesis de que el estado representa la acumulación de acciones pasadas:

$$x = \int_0^t F dt$$

Los otros elementos del bucle vienen dados por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} F &= kD \\ D &= x_d - x \end{aligned}$$

De estas dos expresiones se desprende que:

$$F = k(x_d - x) \tag{2.6}$$

La relación entre el flujo o acción F y el estado x se representa gráficamente como se hace en la figura 2.5. Integrando la expresión (2.5), teniendo en cuenta (2.6), se tiene

$$x(t) = x_d + [x(0) - x_d]e^{-kt} \tag{2.7}$$

que se representa gráficamente en la figura 2.6. El único equilibrio del sistema es la meta x_d.

Conviene observar que este comportamiento cualitativo, en el cual el estado x tiende al objetivo x_d, lo presentan todos los sistemas en los que la relación entre el flujo F y el estado x es una función monótona decreciente, de forma arbitraria, tal como se indica en la figura 2.7, y no una función lineal como la de la figura 2.5. Se dice entonces que todos los sistemas con un bucle de realimentación negativa elemental presentan un comportamiento que tiende a un objetivo, como el que muestra la figura 2.6.

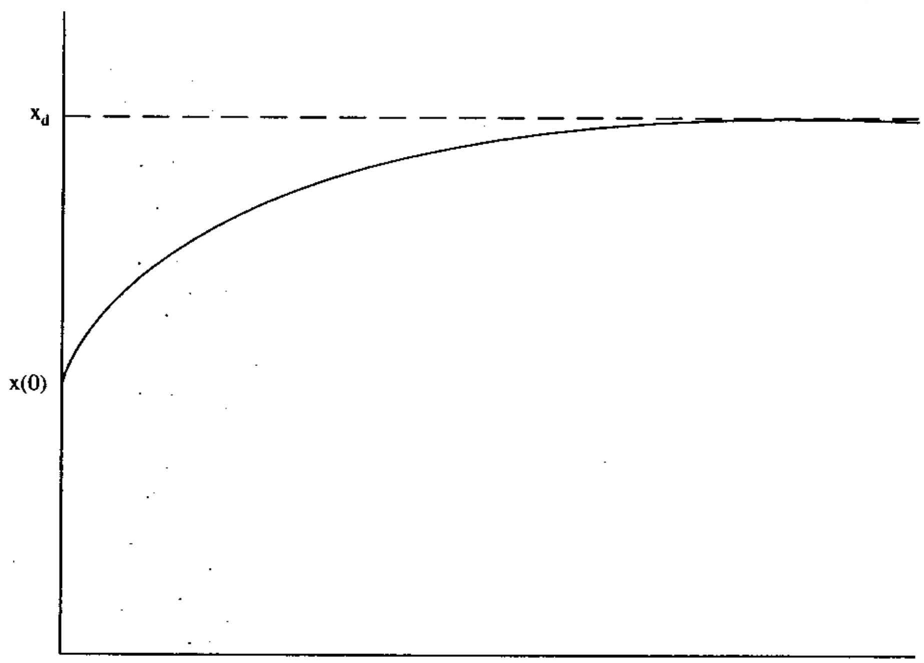


FIGURA 2.6. *Trayectoria de un sistema elemental de realimentación negativa.*

Se entiende que el comportamiento al que se está aludiendo es el que *cualitativamente* aparece en la figura 2.6, y no el que *cuantitativamente* muestra esta figura, que es el dado por la expresión (2.7). En el estudio del comportamiento de sistemas en muchas ocasiones interesa más el aspecto cualitativo de ese comportamiento que el estrictamente cuantitativo.

El comportamiento asintótico de la figura 2.6 lo presentan exclusivamente los sistemas en los que en el bucle aparece una única variable de estado; es decir, para los que la ecuación diferencial es de primer orden. Para sistemas de orden superior, como veremos más adelante, el comportamiento puede ser oscilatorio aunque sigue manteniéndose la pauta de tender asintóticamente a un objetivo.

En el capítulo siguiente generalizaremos el método empleado en esta subsección a un sistema cuya estructura sea más compleja que la aquí considerada. Veremos entonces cómo los elementos básicos que nos han servido para construir el sistema dinámico asociado a un grafo de influencias se pueden generalizar a sistemas más complejos.

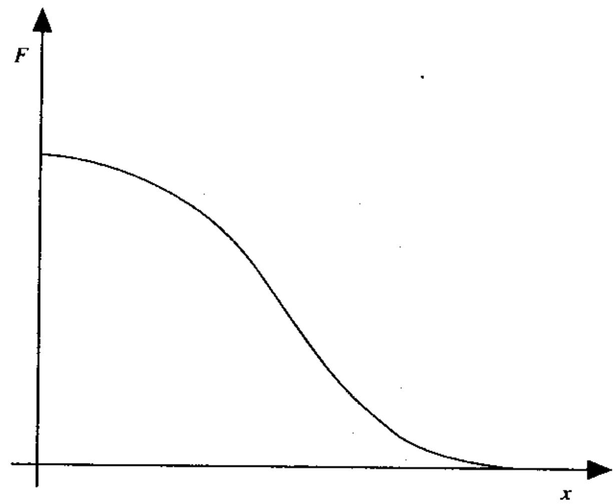


FIGURA 2.7. *Función monótona decreciente que liga el flujo F y el estado x.*

2.2.3. Bucles de realimentación positiva

Además del bucle de realimentación negativa, existe el de realimentación positiva. En la figura 2.8a se tiene un bucle de esta naturaleza. En él la perturbación de cualquier elemento tiende a reforzarse a lo largo de la cadena, por lo que, por ejemplo, un incremento de A determina a su vez su propio reforzamiento. De este modo se tiene un comportamiento autorreforzado o catalítico. Por ello estos bucles se conocen también como *bucles reforzadores*. En la figura 2.8b se tiene el comportamiento de un sistema cuya estructura es la de la figura 2.8a. El comportamiento que resulta de un bucle de esta naturaleza consiste en acelerar o bien el crecimiento, o el declive. El ejemplo más simple de un sistema que posea esta estructura es el de una población que crece sin ninguna limitación. Cuanto mayor sea el número de individuos, mayor será su descendencia, que incrementará a su vez el número de individuos, realimentándose el bucle sin cesar (figura 2.8b). Se tiene, entonces, un comportamiento explosivo. De nuevo tenemos un comportamiento que se explica mediante la estructura.

Otro ejemplo de bucle de realimentación positiva se tiene en la figura 2.9.

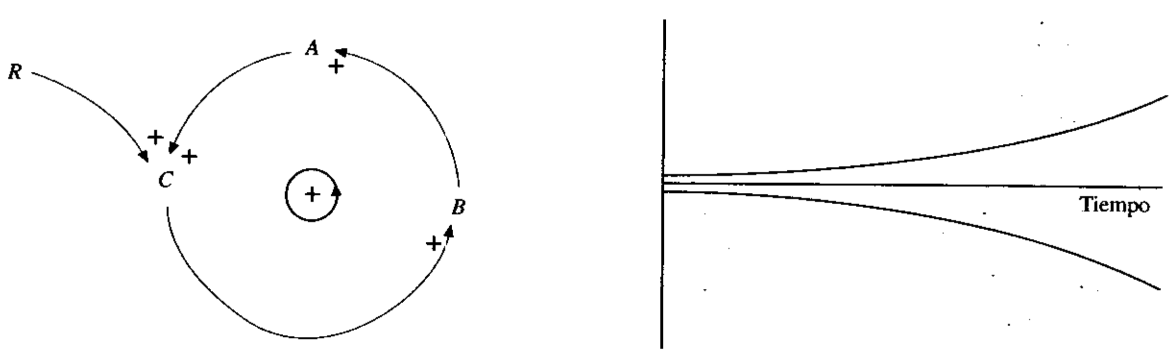


FIGURA 2.8. *Grafo genérico de la estructura de realimentación positiva de un sistema (a) y comportamiento correspondiente (b).*

De acuerdo con este diagrama si un producto tiene la calidad adecuada, un incremento en las ventas implica un incremento de clientes satisfechos, los cuales contribuyen a la difusión oral del producto, lo que a su vez determina un incremento de las ventas. El bucle de realimentación positiva se asocia a procesos que son comúnmente conocidos como de "bola de nieve" o de "círculo vicioso o virtuoso".

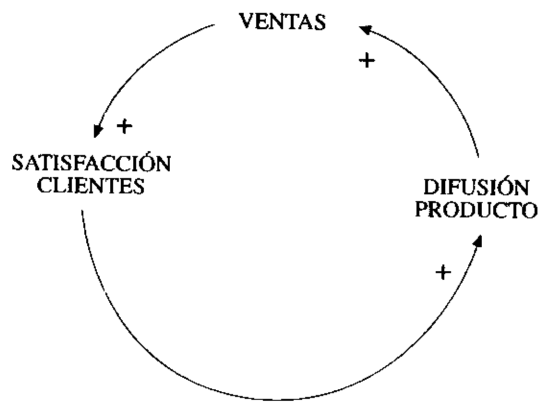


FIGURA 2.9. *Estructura de realimentación positiva de un sistema de incremento de las ventas de un producto.*

En general, los procesos de crecimiento se pueden explicar mediante bucles de realimentación positiva. Por ello, en los procesos de nuestro entorno en los que se manifiesta crecimiento (por ejemplo, en sistemas económicos y sociales), la presencia de estos bucles es dominante. Sin embargo, es fácil comprender que un bucle de realimentación positiva tiene un carácter fuertemente inestabilizador, al contrario de lo que sucede con los de realimentación negativa, que son, como hemos visto, estabilizadores.

En realidad, los procesos de crecimiento (o de declive) acelerado no se producen en la naturaleza, o en los sistemas sociales, hasta sus últimas consecuencias, porque todo proceso de crecimiento tarde o temprano encuentra unos límites. Para representar la aparición de estos límites se suele introducir un bucle de realimentación negativa adicional, como veremos en la sección 2.3.1.

Conviene observar que en los bucles de realimentación positiva y negativa se tiene exclusivamente información de la que más arriba hemos dicho que era de tipo cualitativo; es decir, el simple establecimiento de relaciones de influencia, con un signo determinado. Acabamos de ver cómo a partir de esa información se puede inferir el modo de comportamiento del sistema, al menos a grandes rasgos; por tanto, en estos casos es posible establecer el modo de comportamiento de un sistema a partir exclusivamente de información cualitativa.

2.2.4. Formulación matemática de un bucle elemental de realimentación positiva

Análogamente, como en el caso del bucle de realimentación negativa, es posible tener una fomulación matemática del bucle de realimentación positiva en su caso más elemental. Los elementos básicos de esa formulación son:

- el estado x, y
- la acción (o flujo) F

y se organizan como se indica en la figura 2.10.

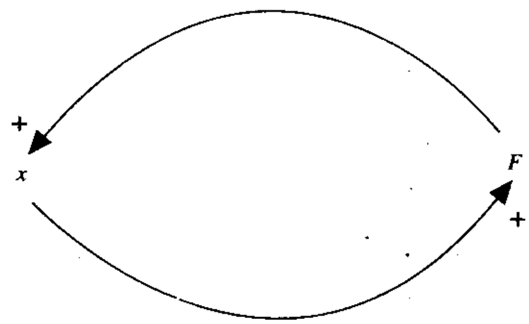


FIGURA 2.10. *Elementos básicos de un bucle de realimentación positiva elemental.*

Procedemos de forma análoga a como se hizo en el caso de un bucle con realimentación negativa, y adoptaremos la hipótesis de una relación entre el estado y la acción de la forma

$$\frac{dx}{dt} = F \tag{2.8}$$

es decir,

$$x = \int_0^t F dt$$

Si se asume que la acción es proporcional al estado

$$F = kx \tag{2.9}$$

se tiene que la ecuación que gobierna la evolución del estado del sistema viene dada por

$$\frac{dx}{dt} = kx \tag{2.10}$$

cuya integración conduce a

$$x(t) = x(0)e^{kt} \tag{2.11}$$

Conviene observar que el único equilibrio del sistema es el origen, que en este caso es inestable.

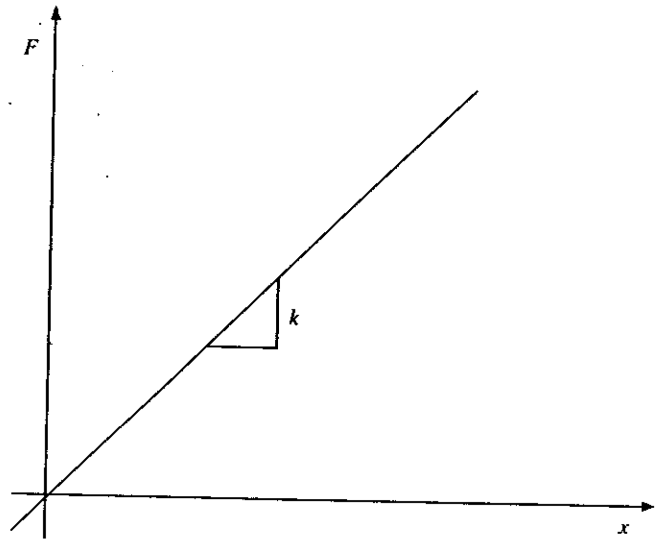


FIGURA 2.11. *Relación que liga el flujo F con el estado x.*

De acuerdo con (2.9) la relación que liga el flujo F con el estado x se puede representar gráficamente como se hace en la figura 2.11.

El comportamiento del sistema viene dado por la figura 2.12; es decir, que crece exponencialmente con el tiempo. Se pueden hacer aquí unos comentarios análogos a los que se hicieron en el caso del bucle de realimentación negativa: el comportamiento cualitativo que se muestra en la figura 2.12 lo presentan también aquellos sistemas no lineales en los que la relación entre el flujo y el estado es sencillamente una función monótona creciente, del tipo de la que se muestra en la figura 2.13.

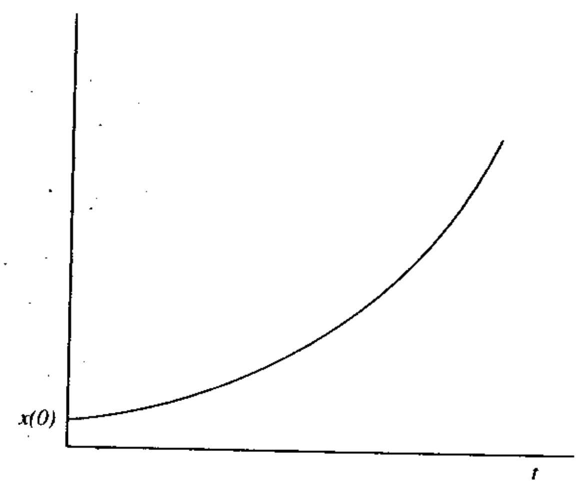


FIGURA 2.12. *Crecimiento exponencial de un bucle de realimentación positiva.*

Detengámonos a analizar el modo de comportamiento que estamos considerando. En la expresión (2.9) la constante k representa la *tasa de crecimiento* de x. Significa el tanto por uno de crecimiento de x, por unidad de x. Se expresa también en tanto por ciento. Así, una

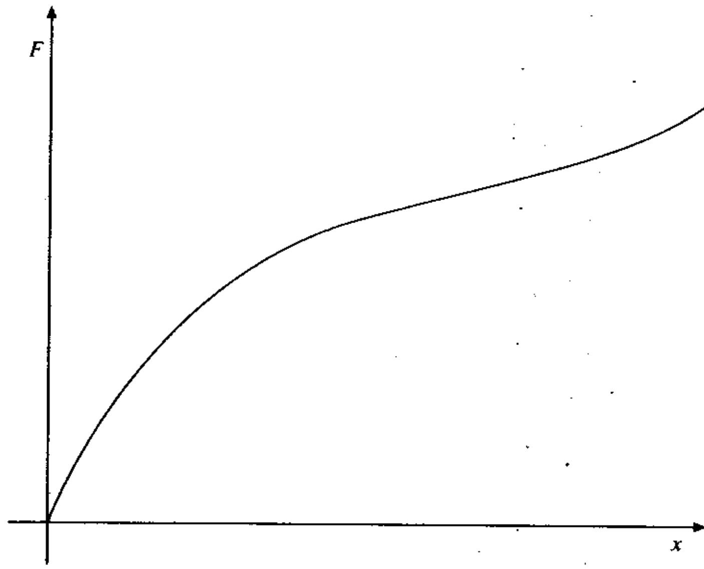


FIGURA 2.13. *Relación entre el flujo y el estado función monótona creciente.*

tasa de crecimiento del 5% representa que la magnitud x crece $0,05\ x$ en la unidad de tiempo. Por tanto, en las unidades en que se mide k debe indicarse explícitamente el tiempo al que se refiere el crecimiento, aunque normalmente está implícito y es en la unidad en que se mide t. Así, si t se mide en años, y se habla de una tasa de crecimiento del 5%, se entiende que x crece un 5% en un año. La expresión (2.10) se puede leer diciendo que la variación dx de x en la unidad de tiempo dt es k veces el valor alcanzado por x.

El comportamiento representado en la figura 2.12 recibe la denominación de *crecimiento exponencial*. Una característica interesante de este crecimiento es el denominado *tiempo de duplicación* t_d, que es el tiempo que tarda en duplicarse $x(t)$; es decir,

$$x(t_d) = 2x(0) \tag{2.12}$$

Conviene observar que el tiempo de duplicación es independiente del tiempo t inicial que se considere. En efecto,

$$x(t + t_d) = 2x(t)$$

ya que como $x(t) = x(0)e^{kt}$ y $x(t + t_d) = x(0)e^{kt}e^{kt_d}$, el tiempo de duplicación resulta independiente del tiempo inicial. De ahí su interés como parámetro para caracterizar el comportamiento exponencial. En la figura 2.14 se ilustra este proceso.

De las expresiones (2.11) y (2.12) es inmediato que

$$t_d = \frac{\ln 2}{k} \tag{2.13}$$

es decir

$$t_d \approx \frac{0.7}{k} = \frac{70}{k'} \tag{2.14}$$

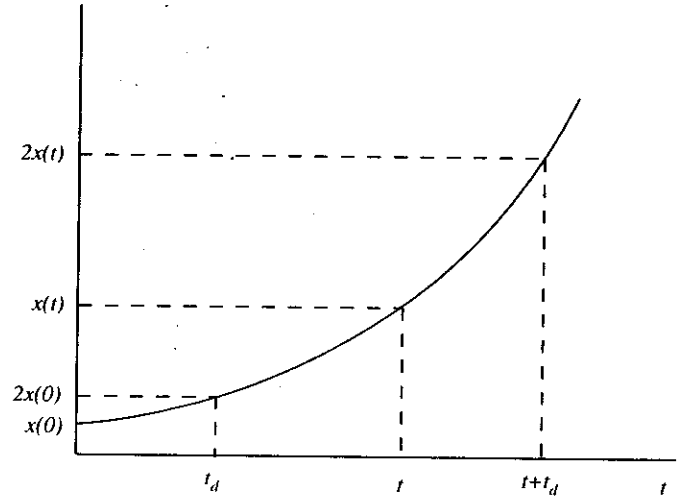


FIGURA 2.14. *Tiempo de duplicación de un proceso con un crecimiento exponencial.*

en donde k está expresada en tanto por uno y k' en tanto por ciento. Esta expresión tiene un indudable interés práctico, ya que nos dice que el tiempo de duplicación de un proceso con crecimiento exponencial es igual a 70 dividido por la tasa crecimiento (en tanto por ciento).

2.2.5. Retrasos

En todos los sistemas se producen retrasos entre las acciones y sus consecuencias. De hecho en todos los procesos de realimentación se produce alguna forma de retraso.

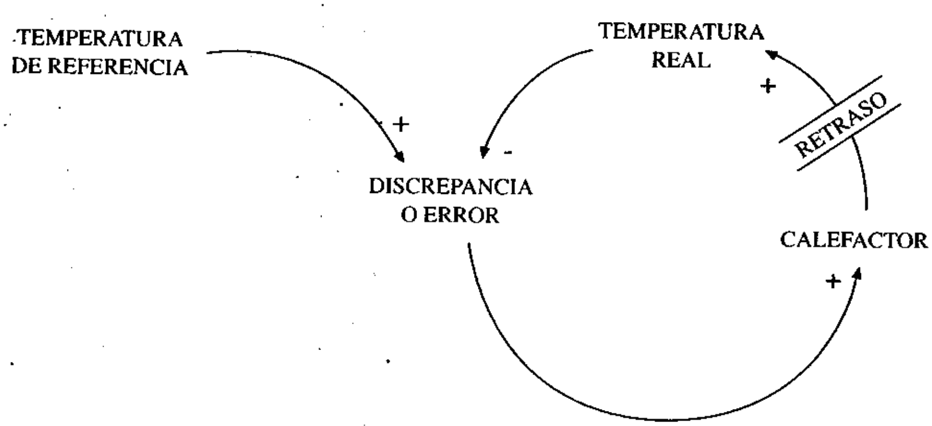


FIGURA 2.15. *Bucle estabilizador con un retraso: regulación de la temperatura con retraso en la información.*

Los retrasos, especialmente cuando son importantes, pueden producir inestabilidad en sistemas con realimentación negativa. Por ejemplo, si en el proceso de regulación de temperatura que se ha visto anteriormente se introduce un retraso, como se hace en la figura 2.15, es claro que se producirán oscilaciones en el comportamiento como las que muestra la figura 2.16. Este fenómeno es bien conocido por la persona que regula la temperatura del agua preparándola para una ducha, cuando el calefactor está alejado. Obsérvese que cuanto más agresivo es el comportamiento del que actúa sobre la llave o grifo, mayores serán las oscilaciones que se producirán antes de alcanzar el equilibrio y, por tanto, mayor será el tiempo que se tardará en alcanzar la temperatura deseada. Ésta es una de las lecciones que se pueden extraer de los bucles de realimentación negativa con retrasos: una acción excesivamente agresiva a menudo produce un resultado que es justamente el opuesto del que se pretendía. Se producen oscilaciones e inestabilidad, en lugar de alcanzar de forma razonablemente rápida el objetivo que se pretende.

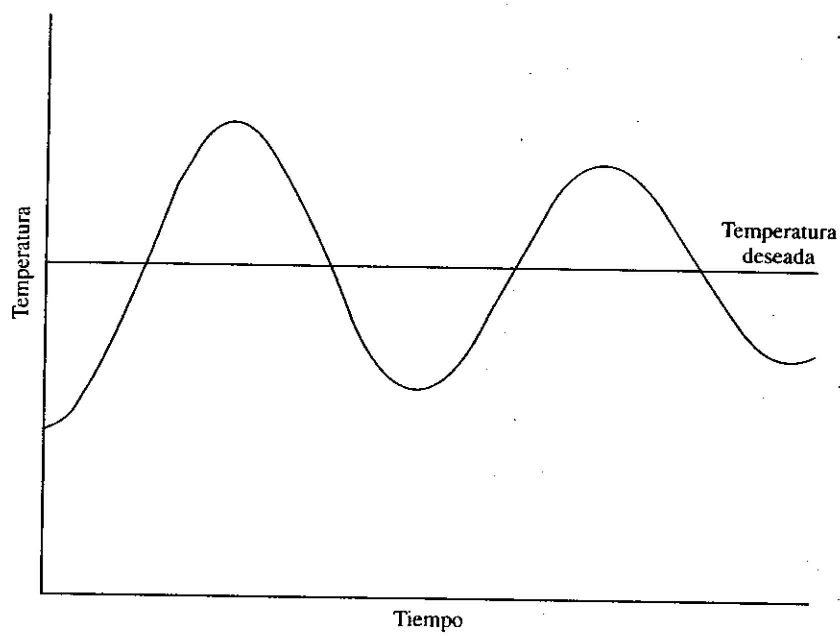


FIGURA 2.16. *Evolución de la temperatura con retraso en la información.*

En los problemas en los que se trata de estudiar tendencias a largo plazo, los retrasos y los bucles de realimentación resultan de gran importancia. A corto plazo, a veces incluso se pueden ignorar, pues tal vez no tengan consecuencias significativas.

2.3. ESTRUCTURAS COMPLEJAS DE REALIMENTACIÓN

Hasta aquí hemos considerado bucles de realimentación positiva o negativa aisladamente. En la práctica, sin embargo, es frecuente que la estructura de un sistema presente múltiples bucles de realimentación entrelazados, de modo que los bucles aparecen en combinación. Se tienen entonces comportamientos que son mezcla de los asociados a cada uno de estos bucles.

De estas combinaciones hay algunas particularmente interesantes, a las que se alude como *arquetipos sistémicos*.

Los arquetipos sistémicos son determinadas pautas estructurales que se presentan en múltiples situaciones. Se denominan también *estructuras genéricas*. Suministran "plantillas" que nos ayudan a establecer una primera estructura de determinadas situaciones. Sin embargo, al tratarse de estructuras complejas de realimentación, la relación entre estructura y comportamiento no es tan clara como en los casos elementales expuestos hasta ahora: aunque el estudio de los arquetipos clarifica ciertas situaciones, no permite definir totalmente el comportamiento de estos sistemas.

Los arquetipos sistémicos nos ayudan a reorganizar nuestra percepción, de modo que seamos capaces de *ver* las estructuras que se manifiestan en distintas situaciones problemáticas. En la actualidad se ha publicado una docena de estos arquetipos[1]. En lo que sigue vamos a considerar dos de ellos, denominados la *dinámica del crecimiento sigmoidal* y la *dinámica de la adicción*, que, a su vez, pueden combinarse dando lugar a un tercer arquetipo: la *dinámica del crecimiento con inversión insuficiente*.

2.3.1. Arquetipo del crecimiento sigmoidal

Al considerar el proceso de crecimiento asociado a un bucle de realimentación positiva se indicó que en realidad todo proceso de crecimiento, más pronto o más tarde, se encuentra con unos límites. Ello es debido a que la espiral de crecimiento produce, aunque sea de forma no deseada, efectos secundarios que eventualmente conducen al agotamiento del proceso de crecimiento.

Consideremos como ejemplo el crecimiento de una población en un hábitat que es capaz de sustentarla, pero en el que los recursos son limitados. En la figura 2.17 se tiene la estructura elemental de este sistema. Se observan en ella dos bucles. Por una parte, un bucle de realimentación positiva que liga la población con su crecimiento vegetativo, y que en el diagrama de la figura 2.17 se muestra en la parte izquierda. Este bucle es el responsable del proceso de crecimiento.

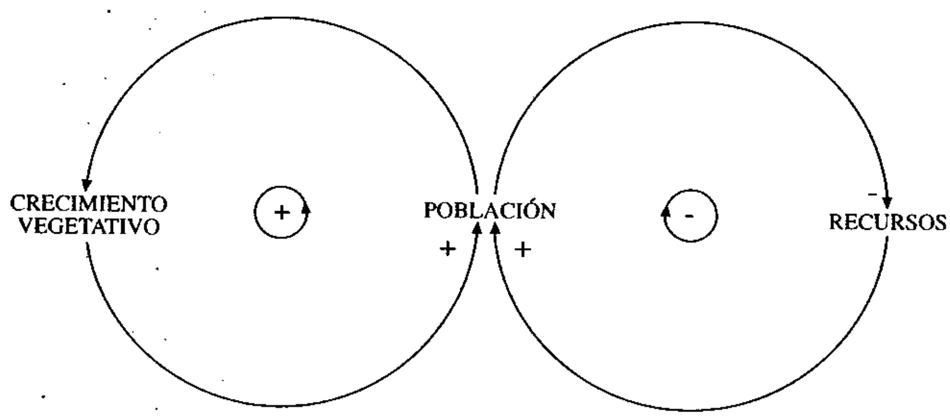


FIGURA 2.17. *Diagrama de un sistema de crecimiento de una población.*

[1] P. Senge, 1990, *The Fifth Discipline*, DoubleDay.

Por otra parte, las disponibilidades de recursos (la capacidad de sustentación del hábitat) limitan el crecimiento de la población mediante el bucle de realimentación negativa que se muestra en la figura 2.17. De acuerdo con este bucle, el crecimiento de la población hace disminuir los recursos *per cápita* disponibles. La influencia de estos recursos sobre el crecimiento de la población es positiva, por lo que su disminución determinará que esa población disminuya su ritmo de crecimiento, tal como se indica en la figura 2.17, cerrándose así la segunda cadena circular de influencias. Este bucle de realimentación negativa actúa de acuerdo con una condición limitadora.

En la figura 2.18 aparece el diagrama genérico de un sistema que presenta crecimiento sigmoidal. El proceso de crecimiento sigmoidal se presenta al interactuar los dos bucles. En la fase inicial del proceso, cuando se desencadena el crecimiento de la población, la limitación de los recursos no es perceptible, por lo que el bucle de realimentación positiva es el dominante, y se produce un crecimiento casi exponencial de la población. Al crecer ésta, la limitación de los recursos empieza a manifestarse, de modo que la dominancia de los bucles va pasando del positivo al negativo. En la medida en que se agoten las posibilidades de crecimiento, el bucle de realimentación negativa resulta dominante hasta que, al final del proceso, se corta la posibilidad de crecimiento. Por tanto, el comportamiento de un sistema con la estructura de la figura 2.18 presenta la forma que se ilustra en la figura 2.19, y es una combinación de los comportamientos representados en las figuras 2.3 y 2.8. Resulta interesante observar que el crecimiento que resulta de la interacción de los bucles positivo y negativo es el crecimiento sigmoidal, por lo que se tiene una interpretación estructural de ese tipo de crecimiento.

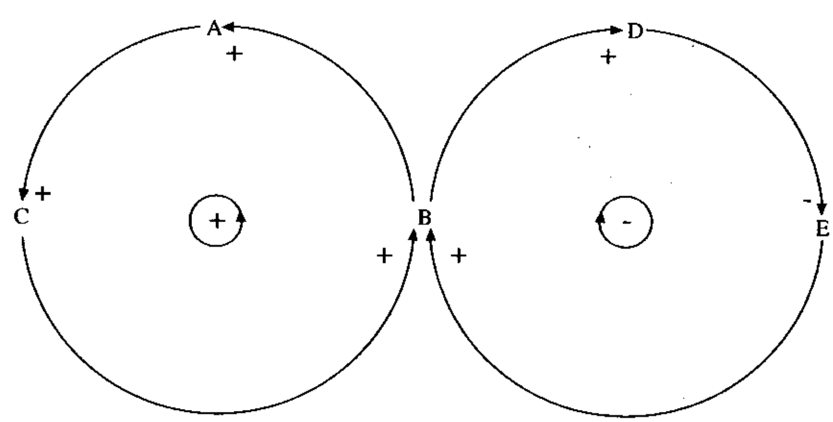


FIGURA 2.18. *Diagrama genérico de un sistema que presenta crecimiento sigmoidal.*

Existen múltiples ejemplos de procesos con crecimiento sigmoidal, como son el proceso de difusión de una innovación tecnológica, el de introducción de un nuevo producto en el mercado o el de difusión de un rumor en un determinado medio social. En todos ellos se tiene una fase inicial en la que se produce un crecimiento —prácticamente exponencial— de la innovación tecnológica, del nuevo producto o del rumor. Sin embargo, a medida que se alcanzan los límites de crecimiento, como consecuencia del carácter finito del medio en el que se desarrollan (el nuevo producto satura el mercado) se produce una limitación que aborta el crecimiento. La

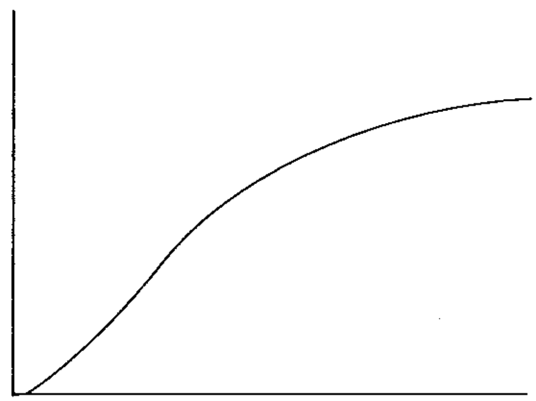


FIGURA 2.19. *Crecimiento sigmoidal.*

pauta de comportamiento a lo largo del tiempo presenta en todos estos casos la misma forma que la de la figura 2.19, y a todos ellos podemos aplicar la plantilla estructural de la figura 2.18.

Esta interpretación estructural del crecimiento sigmoidal nos ayuda a entender cómo actuar para tratar de atenuar los efectos negativos que pueda tener la limitación al crecimiento. Intuitivamente existe una tendencia a tratar de continuar un proceso de crecimiento, cuando éste parece abortarse, tratando de fomentar el propio crecimiento; es decir, actuando sobre el bucle de realimentación positiva. Sin embargo, ese tipo de actuación se manifiesta ineficiente. El modo de actuación adecuado consiste en actuar sobre el bucle de realimentación negativa, y en particular se debe identificar y cambiar el factor limitador, que es el verdadero responsable de los límites al crecimiento, si es que ello es posible. En otro caso hay que resignarse a aceptar estos límites.

2.3.2. Formulación matemática de un crecimiento sigmoidal

En la figura 2.20 se muestra la estructura básica de un sistema en el que coexisten un bucle de realimentación positiva, a la izquierda del diagrama, con un bucle de realimentación negativa, a la derecha. Tanto un bucle como otro están formados por los elementos básicos discutidos en las secciones anteriores.

A este diagrama puede asociarse la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = F_1 + F_2 \tag{2.15}$$

en donde los flujos F_1 y F_2, en el caso más simple de una influencia lineal, vienen dados por

$$\begin{aligned} F_1 &= k_1 x \\ F_2 &= k_2 D = k_2 (x_d - x) \end{aligned}$$

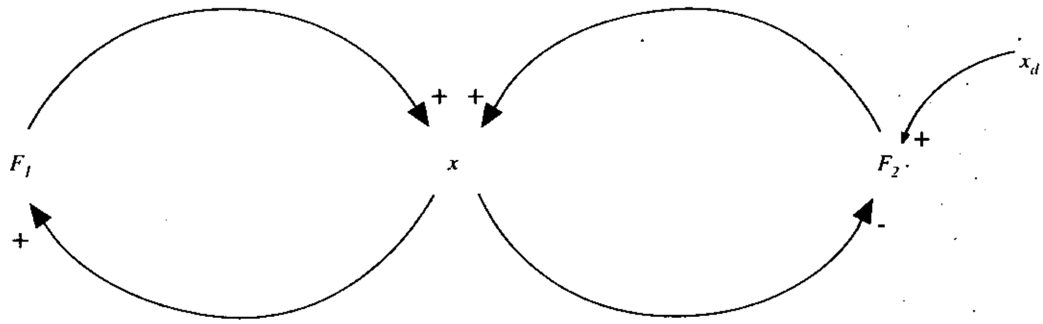


FIGURA 2.20. *Estructura básica de un sistema en el que coexisten dos bucles de realimentación.*

siendo F_1 el flujo asociado al bucle de realimentación positiva y F_2 el correspondiente a la negativa. La ecuación que rige la evolución del estado viene dada por

$$\frac{dx}{dt} = (k_1 - k_2)x + k_2 x_d. \tag{2.16}$$

Según el valor relativo de k_1 y k_2 pueden darse los tres tipos de situaciones que se indican en la figura 2.21. En el primer caso, es decir, cuando $k_1 > k_2$, el bucle de realimentación positiva es el dominante, mientras que en el tercer caso, o sea, cuando $k_1 < k_2$, entonces el dominante es el negativo. El caso intermedio $k_1 = k_2$ es un caso de transición.

Los comportamientos asociados a los tres casos representados en la figura 2.21 se muestran en la figura 2.22. Por tanto, en ninguno de ellos se produce el crecimiento sigmoidal.

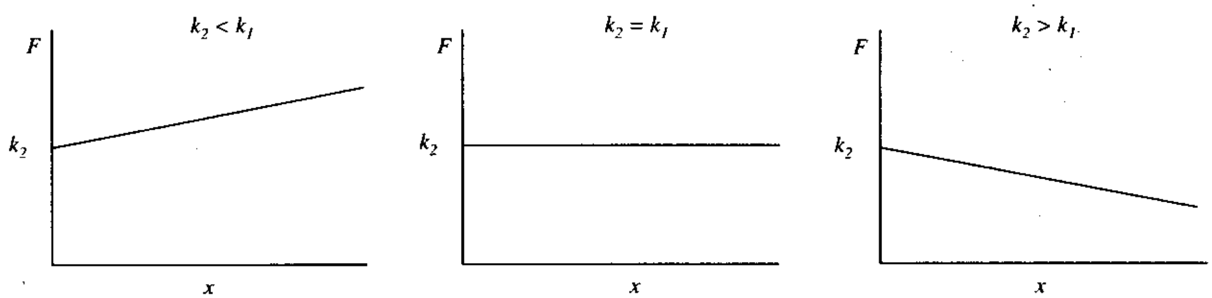


FIGURA 2.21. *Forma gráfica de la relación entre F y x, según los valores relativos de k_1 y k_2.*

Un caso en el que el crecimiento sigmoidal se produce es aquel en el cual las relaciones entre los flujos F_1 y F_2, aunque monótonas crecientes, se cortan entre sí tal como se muestra en la figura 2.23. En tal caso el comportamiento del sistema requiere una consideración especial. El flujo conjunto $F = F_1 + F_2$ será el que se muestra en la figura 2.24, en la que se observa que F es creciente con x para valores pequeños de esta variable, hasta alcanzar un valor máximo a partir del cual empieza a decrecer hasta anularse y alcanzar valores negativos.

Lo anterior se interpreta diciendo que para valores pequeños de x, antes de alcanzar el máximo de F de la figura 2.24, el bucle de realimentación positiva domina sobre el negativo;

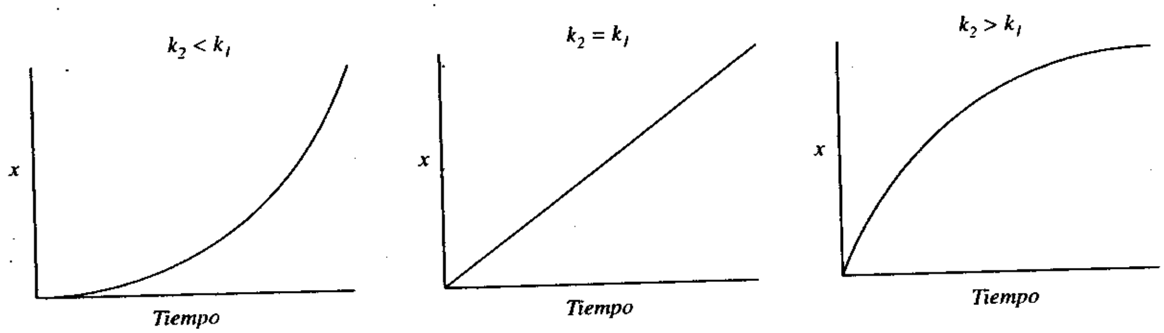


FIGURA 2.22. *Comportamientos de x según los valores relativos de k_1 y k_2.*

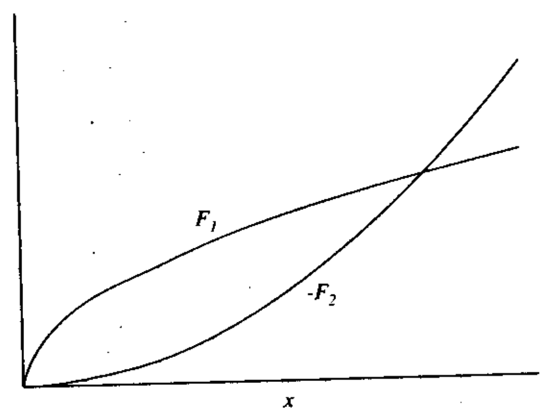


FIGURA 2.23. *Formas no lineales de las relaciones entre F y x.*

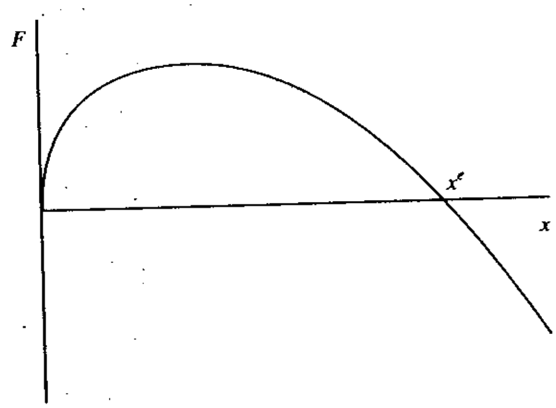


FIGURA 2.24. *Relación conjunta entre F y x.*

mientras que para valores de x superiores a ese máximo sucede lo contrario, el bucle de realimentación negativa domina sobre el positivo. El sistema tiende al punto x^e tal que $F(x^e) = 0$. En consecuencia el comportamiento resultante, tal como se indica en la figura 2.25, será el resultado de la combinación de estos dos comportamientos. En la fase inicial del proceso el bucle dominante será el positivo, mientras que en la final será el negativo. El comportamiento inicial será un crecimiento exponencial —cuando el bucle dominante sea el de realimentación positiva— para continuar con un comportamiento del tipo asintótico, cuando lo sea el negativo. La combinación de los dos comportamientos da lugar al sigmoidal.

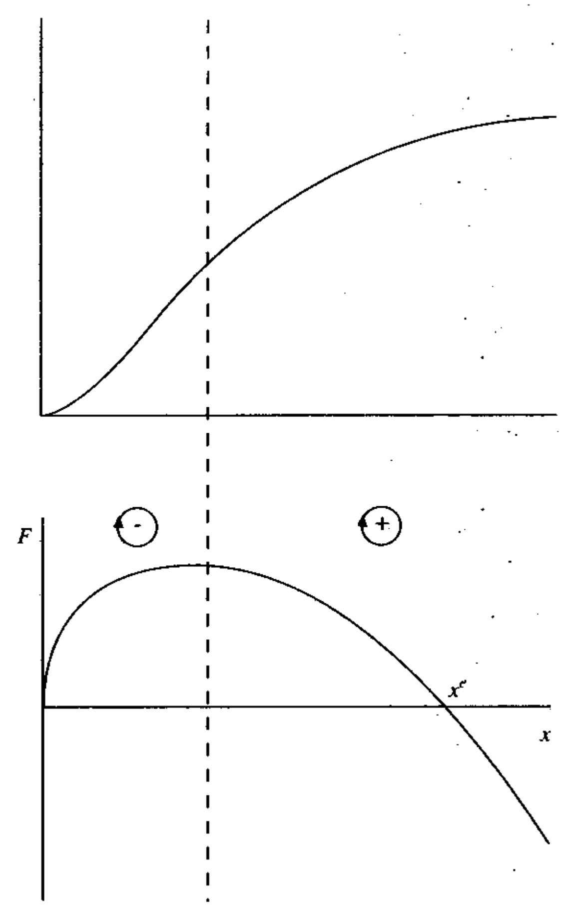


FIGURA 2.25. *Comportamiento sigmoidal con especificación de la dominancia relativa de los bucles.*

2.3.3. Arquetipo de la adicción

Un tipo de situaciones con el que frecuentemente nos encontramos es aquel en el que se manifiesta un síntoma problemático que requiere atención. Este síntoma está producido por un problema subyacente que resulta difícil de tratar, bien sea porque no se conoce bien, o porque resulte costoso el afrontarlo. En ese tipo de situaciones es frecuente que se traten los síntomas sin resolver el problema fundamental. Con esas actuaciones es posible que se obtengan éxitos

Capítulo 3

MODELADO MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS

3.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior hemos visto distintos ejemplos de situaciones susceptibles de ser modeladas mediante un lenguaje sistémico elemental, formado esencialmente por diagramas de influencias, y en el que se ponía especial énfasis en los bucles de realimentación. Hemos visto también cómo la generación del comportamiento, a partir de los bucles que formaban la estructura, sólo era posible en casos especialmente sencillos, y aun en ellos sólo admitía una caracterización esencialmente cualitativa. Para generar las trayectorias se requiere que la relación entre las partes de un sistema posea un contenido matemático más rico que el simple establecimiento de las relaciones de influencia. El concepto de sistema dinámico aporta un lenguaje más elaborado que permite generar el comportamiento, como hemos visto ya en algunos casos particularmente sencillos dotados de uno o dos bucles de realimentación.

Cabe, por tanto, preguntarse a qué reelaboración hay que someter en general al diagrama de influencias para poder obtener un sistema dinámico; es decir, qué mayor riqueza se requiere en la descripción de un sistema para obtener una estructura que permita ser interpretada mediante un sistema dinámico.

Por otra parte, la información contenida en un diagrama de influencias se reduce a una serie de enunciados que establecen vínculos de dependencia entre los elementos básicos de un sistema. Estos enunciados se pueden formular mediante el lenguaje ordinario, de modo que a la descripción mínima de un sistema, mediante el enunciado de sus elementos y las relaciones de influencia entre ellos, se puede asociar una descripción del sistema en lenguaje ordinario.

Ello invita a pensar que sea posible concebir una transición de una descripción verbal de un sistema a un diagrama de influencias, y de éste a un sistema dinámico, si somos capaces de establecer las condiciones oportunas. Este libro está dedicado a un método, denominado *dinámica de sistemas*, que permite realizar esta transición, en la que partiendo de una descripción en lenguaje ordinario del sistema que se trata de modelar se llega a un sistema dinámico. Este último, además de los aspectos estructurales que comparte con la descripción verbal, incorpora aspectos cuantitativos que no están explícitamente en esa descripción. De hecho, la dinámica de sistemas se encuentra en una encrucijada entre lo cuantitativo y lo cualitativo: emplea instrumentos cuantitativos, propios de las ciencias físicas, como son los sistemas dinámicos; pero involucra una forma de conocimiento en los modelos que se construyen con su concurso, en la que los rasgos cualitativos pueden ser dominantes.

El proceso de modelado mediante dinámica de sistemas tiene un carácter eminentemente constructivo en el que después de analizar el sistema, y partiendo del conocimiento disponible respecto a cómo se articulan sus partes —bien sea en forma de leyes ampliamente aceptadas o bien sencillamente a partir de opiniones de expertos expresadas en lenguaje ordinario—, mediante un proceso de sucesivas reelaboraciones, se llega a un modelo en forma de sistema dinámico que permite generar su comportamiento y del que, además, se extraen eventualmente conclusiones cualitativas.

La dinámica de sistemas, introducida, como ya se mencionó en el capítulo 1, por Jay W. Forrester, permite analizar la estructura del sistema y, a partir de este análisis, construir un sistema dinámico mediante el cual se pueda generar su comportamiento. Se parte del modelo mental que se tiene de una cierta situación problemática y se llega a construir un sistema dinámico que contribuya a explicarla.

El método de Forrester entronca directamente con la teoría de sistemas, en la medida que suministra un método para estudiar sistemas dotados de una cierta complejidad estructural, donde el bucle de realimentación es el bloque básico. Utiliza tanto instrumentos de matemática aplicada (los grafos y, sobre todo, los sistemas dinámicos) como útiles informáticos, entre los que se encuentran los entornos DYNAMO, STELLA, ITHINK, VENSIM y POWERSIM.

Los modelos construidos mediante la dinámica de sistemas son sistemas dinámicos, por lo que todo el amplio y rico bagaje de conocimientos matemáticos que se tienen en la teoría de sistemas dinámicos pueden explotarse en el ámbito de la dinámica de sistemas. Esto es especialmente interesante si se considera que los modelos de dinámica de sistemas son normalmente sistemas fuertemente no lineales, por lo que pueden presentar formas de comportamiento muy complejas, para cuyo análisis los recientes resultados de la teoría matemática de sistemas dinámicos no lineales resultan de un gran interés, como veremos en un capítulo posterior.

3.2. DE LA ESTRUCTURA DEL COMPORTAMIENTO

En el capítulo anterior se ha presentado un lenguaje sistémico que aporta los elementos básicos para una descripción esquemática de un sistema. Hemos visto también en la subsección 2.2.2 cómo era posible asociar un sistema dinámico elemental a un sistema que poseyera la estructura de realimentación negativa, y generar, a partir de ese sistema dinámico, el comportamiento autorregulador de la figura 2.6. De este modo, a un sistema descrito mediante un grafo se asociaba otro descrito mediante un sistema dinámico. Lo mismo se hizo con los sistemas con realimentación negativa, en la subsección 2.2.4, y con los de crecimiento sigmoidal, en la 2.3.2.

Vamos a tratar de generalizar estos resultados, proponiendo un método que permita asociar un sistema dinámico a un sistema descrito mediante un grafo. Trataremos con ello de explicar la generación endógena del comportamiento de un sistema. Partiremos de la observación de que entre los distintos elementos que aparecen en los nodos de un diagrama de influencias, algunos representan variaciones con respecto al tiempo de otras magnitudes consideradas en ese mismo diagrama. Por ejemplo, en el diagrama de la figura 2.10 la variable de flujo representa la variación con respecto al tiempo del valor del estado x. Recordando esa figura se tiene:

$$\text{FLUJO} \longrightarrow \text{ESTADO}$$

Esta influencia es un caso particular de otra más general que podemos expresar de la forma:

$$\frac{dX}{dt} \longrightarrow X \tag{3.1}$$

En la que dX/dt denota la variación con respecto al tiempo de la magnitud X. Esta expresión representa una relación trivial: la variación con respecto al tiempo de X influye en el crecimiento de la propia variable X. Sin embargo, lo que interesa por el momento resaltar es que la existencia —en el diagrama de influencias— de variables que representan la variación con respecto al tiempo de otras, comporta que estas últimas cambien a lo largo del tiempo. En este sencillo hecho se basa el que podamos afirmar que en la estructura está implícito el comportamiento del sistema.

Conviene también observar que siempre que exista una variable del tipo dX/dt, que representa la variación de una magnitud X con respecto al tiempo, se tendrá una relación de influencia como la de la expresión (3.1). La variable X resulta de la acumulación del cambio implícito en la variable dX/dt. Por tanto, siempre que aparezca una variable como la dX/dt aparecerá otra X, y entre ambas se establecerá una relación como la (3.1). La variable X se denomina *variable de estado* y la dX/dt *variable de flujo*. A las variables de estado se las conoce también, en dinámica de sistemas, como *variables de nivel* por razones que se verán en la sección siguiente.

Las anteriores consideraciones llevaron a Forrester a postular una clasificación de las distintas variables que aparecen en un diagrama de influencias en tres grupos: variables de estado, variables de flujo y variables auxiliares. Las variables de estado son normalmente las variables más importantes y representan las magnitudes cuya evolución es especialmente significativa. Asociadas a cada variable de estado se encuentran una o varias variables de flujo, que determinan su variación a lo largo del tiempo. Por último, las variables auxiliares constituyen las restantes variables que aparecen en el diagrama, y representan pasos intermedios para la determinación de las variables de flujo a partir de las variables de estado. Si se recuerdan las formulaciones matemáticas de los bucles de realimentación positiva y negativa, y del crecimiento sigmoidal, se verá cómo en todos estos casos los modelos matemáticos correspondientes admitían la anterior clasificación entre sus variables.

La distinción entre variables de estado y variables auxiliares, a partir del diagrama de influencias, no siempre está clara y a veces es difícil decidir si una variable debe ser un estado o una variable auxiliar. Ya se ha indicado que un estado representa un punto de acumulación. Una regla aceptable para decidir el carácter de una variable se basa en considerar cómo se comporta esta variable ante un cambio en el sistema. Las variables de estado varían lentamente acumulando los flujos. Las variables auxiliares varían instantáneamente en respuesta a los valores que toman las variables de estado a lo largo del sistema. También puede ayudar en esta distinción tener en consideración que, si se detiene el proceso que se pretende modelar, los flujos se anulan mientras que las variables de estado conservan su valor. Puede suceder que una variable, representada por una variable auxiliar cuando se emplea un horizonte temporal muy grande, deba ser representada como un estado cuando el horizonte temporal sea menor.

3.3. DIAGRAMAS DE FORRESTER

Una vez clasificados los elementos que aparecen en el diagrama de influencias en variables de estado, flujo y auxiliares estamos en disposición de obtener, a partir del diagrama de influencias, lo que se conoce como el diagrama de Forrester, que es uno de los instrumentos básicos de la dinámica de sistemas.

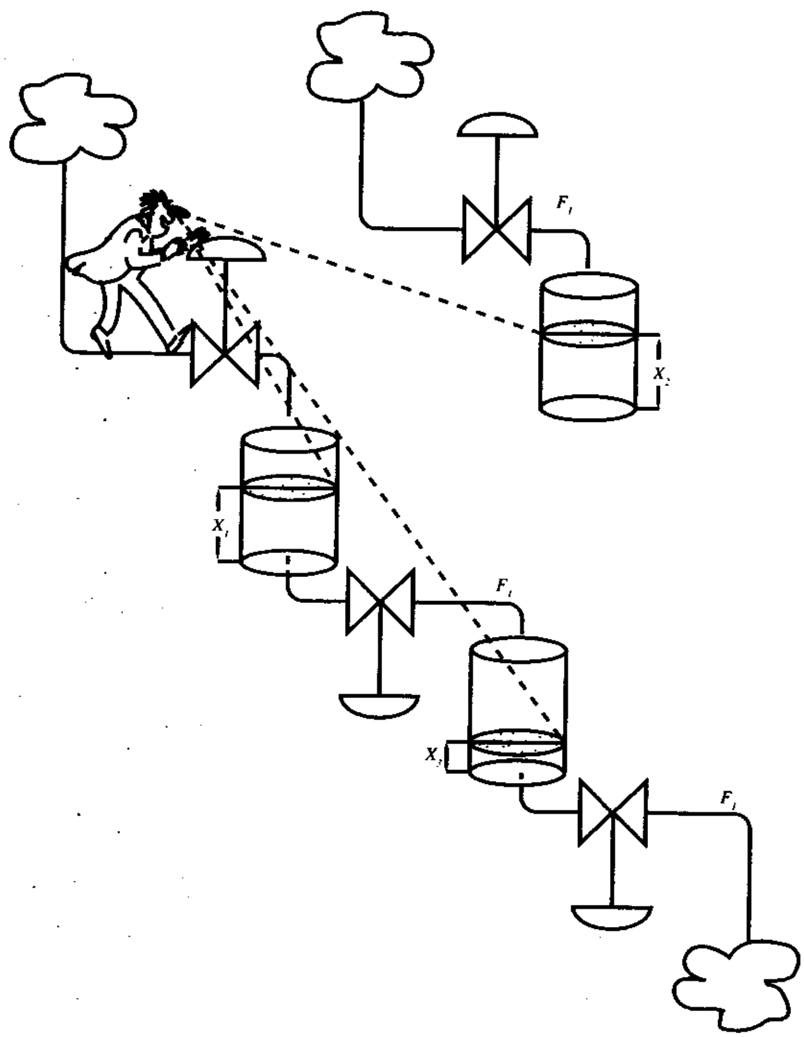


FIGURA 3.1. *Símil hidrodinámico de un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.*

Para ayudar a comprender el significado de las tres clases de variables es conveniente recurrir a un símil hidrodinámico como el mostrado en la figura 3.1. En esta figura se representan tres depósitos en los que se acumulan tres niveles X_1, X_2 y X_3. Las variaciones de los niveles vienen determinadas por las actuaciones sobre unas ciertas válvulas que regulan los caudales que alimentan a cada uno de los depósitos. La decisión sobre la apertura de estas válvulas se toma teniendo como única información los valores alcanzados por los niveles, en cada uno de los depósitos, en el instante de tiempo considerado. En la figura 3.1 esto se representa con ayuda de un observador que teniendo como única información el conocimiento de los niveles en el resto de los depósitos determina la apertura de la válvula correspondiente. Aunque en la figura sólo aparece el observador en una de las válvulas, debe considerarse que hay uno en cada una de ellas.

De acuerdo con lo anterior está claro que el valor tomado por la variable de flujo en cada instante depende exclusivamente de los valores alcanzados por los niveles en dicho instante; de forma análoga, los valores alcanzados por los niveles dependen de los valores tomados por las variables de flujo que alimentan a dichos niveles.

Con el símil hidrodinámico se obtiene una forma intuitiva —apropiada para una mentalidad que busque imágenes físicas— de representar un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. En efecto, se ve de inmediato que haciendo ciertas simplificaciones, en la figura 3.1 no se hace sino representar —de forma analógica— un sistema de ecuaciones diferenciales tal como

$$\frac{d(X_1)}{dt} = -F_1 - F_2 \tag{3.2}$$

$$\frac{d(X_2)}{dt} = -F_4 \tag{3.3}$$

$$\frac{d(X_3)}{dt} = -F_2 - F_3 \tag{3.4}$$

siendo

$$F_i = f_i(X_1, X_2, X_3) \quad i = 1, 2, 3 \tag{3.5}$$

Estas funciones f_i pueden ser lineales o no lineales. La determinación del valor tomado por una variable de flujo, por ejemplo F_1, a partir de los estados X_1, X_2 y X_3 puede que sea conveniente hacerla en distintas etapas, requiriéndose para ello el establecimiento de unas variables auxiliares; por ejemplo, la función f_1 puede descomponerse en tres etapas, empleando dos variables auxiliares A_1, y A_2, teniendo,

$$A_1 = \varphi_1(X_1, X_2) \tag{3.6}$$

$$A_2 = \varphi_2(A_1, X_3) \tag{3.7}$$

$$F_1 = \varphi_3(A_2). \tag{3.8}$$

En efecto

$$F_1 = \varphi_3[\varphi_2(A_1, X_3)] \tag{3.9}$$

$$= \varphi_3[\varphi_2[\varphi_1(X_1, X_2), X_3]] \tag{3.10}$$

$$= f_1(X_1, X_2, X_3) \tag{3.11}$$

Es decir, las variables auxiliares representan etapas intermedias en la determinación de los flujos a partir de los estados y, en último extremo, pueden ser eliminadas.

El símil hidrodinámico de la figura 3.1 se puede completar con la inclusión de variables exógenas. Éstas suministran información adicional y exterior, que debe considerarse para decidir el valor que toman las variables de flujo F_i. Es decir, llamando E a una variable exógena, las expresiones (3.5) se convertirían en

$$F_i = f_i(X_1, X_2, X_3, E)$$

En el símil hidrodinámico se pone claramente de manifiesto que se pueden concebir dos tipos esenciales de variables, los estados y los flujos, y una clase secundaria, las variables auxiliares. Empleando esta analogía, en dinámica de sistemas, las variables que aparecen en un modelo se clasifican en variables de estado, variables de flujo y variables auxiliares. De esta manera se consigue dar una forma intuitiva al proceso de construir un modelo que, en último extremo, no va a ser sino un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.

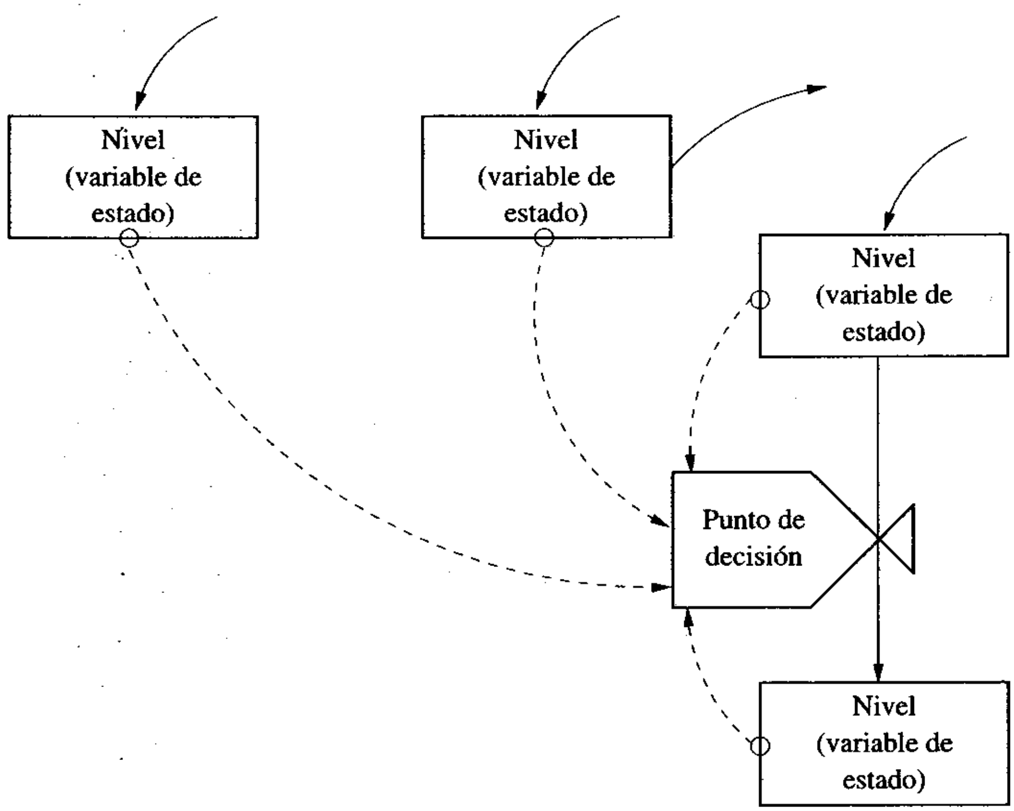


FIGURA 3.2. *Conexión entre las variables de nivel (de estado) y los puntos de decisión (variables de flujo).*

En la figura 3.2 se tiene un diagrama que muestra, de forma gráfica, las ideas que se acaban de exponer. Se emplean en el diagrama los símbolos que se muestran en la figura 3.3 y que se explicarán posteriormente. Es necesario indicar que estos símbolos son los que inicialmente propuso Forrester, pero que, en la actualidad, no son empleados de forma universal, y se dibujan estos diagramas con cierta libertad a la hora de escoger los símbolos. En cualquier caso, el significado de la figura 3.2 es claro a primera vista. Se observa en la misma cómo las variaciones de un estado son el resultado de una decisión tomada a partir de información que proviene del resto de los estados. En lo que sigue se estudiará, de forma sistemática y detenida, este proceso. Para ello se discuten en primer lugar, con detalle las variables de estado de flujo y auxiliares, así como las interconexiones que se establecen entre ellas.

3.3.1. Variables de estado

Las variables de estado o niveles constituyen aquel conjunto de variables cuya evolución es significativa para el estudio del sistema. Los estados representan magnitudes que acumulan los resultados de acciones tomadas en el pasado. Esta función de acumulación puede asimilarse a la del nivel alcanzado por un líquido en un depósito; de ahí proviene la denominación de nivel, siguiendo el símil hidrodinámico.

La elección de los elementos que se representan por variables de estado, en un modelo determinado, depende del problema específico que se esté considerando. En la elección de estas variables desempeña un papel primordial la experiencia del diseñador del modelo. Una característica común a todos los estados es que cambian lentamente en respuesta a las variaciones de otras variables.

En los diagramas de Forrester los niveles se representan por medio de rectángulos (figura 3.3).

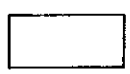
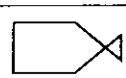
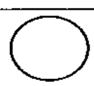
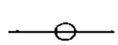
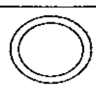
	*Nube:*	representa una fuente o un pozo; puede interpretarse como un nivel que no tiene interés y es prácticamente inagotable.
	*Estado:*	representa una acumulación de un flujo.
	*Flujo:*	variación de un nivel; representa un cambio en el estado del sistema.
	Canal de material:	canal de transmisión de una magnitud física que se conserva.
	Canal de información:	canal de transmisión de una cierta información, que no es necesario que se conserve.
	*Variable auxiliar:*	una cantidad con un cierto significado físico en el mundo real y con un tiempo de respuesta instantáneo.
	*Constante:*	un elemento del modelo que no cambia de valor.
	*Retraso:*	un elemento que simula retrasos en la transmisión de información o de material.
	*Variable exógena:*	variable cuya evolución es independiente de las del resto del sistema. Representa una acción del medio sobre el sistema.

FIGURA 3.3. *Símbolos utilizados originalmente en los diagramas de Forrester.*

A cada estado X se le puede asociar un flujo de entrada F_e y uno de salida F_s, de modo que la ecuación que representa su evolución es la siguiente,

$$X(t) = X(0) + \int_0^T (F_e - F_s)dt$$

o lo que es lo mismo

$$\frac{dX}{dt} = F_e - F_s$$

3.3.2. Variables de flujo

Las variables de flujo determinan las variaciones en los estados del sistema. Las variables de flujo caracterizan las acciones que se toman en el sistema, las cuales quedan acumuladas en los correspondientes estados; es decir, determinan cómo se convierte la información disponible en una acción o actuación.

Originalmente se representaban por medio de los símbolos que se indican en la figura 3.3, aunque hoy en día se utilizan iconos distintos. Estos símbolos están inspirados en el símil hidrodinámico, según el cual las variables de flujo se pueden asociar a válvulas que regulen los caudales que alimentan determinados depósitos, cuyos niveles materializan el estado del sistema.

A las variables de flujo se asocian ecuaciones que definen el comportamiento del sistema. El bloque representativo de un flujo admite, como señal de entrada, la información proveniente de los estados, o de las variables auxiliares del sistema y suministra como salida el flujo que alimenta a un estado. Por ejemplo, en la figura 3.4 se representa, utilizando dos símbolos alternativos, el bloque que representa el flujo F_a, al que se puede asociar una ecuación de la forma,

$$F_a = \frac{A \times B}{D}$$

siendo A, B y D variables de estado o auxiliares. Las ecuaciones asociadas a una variable de flujo reciben la denominación de *ecuaciones de flujo* o *funciones de decisión*.

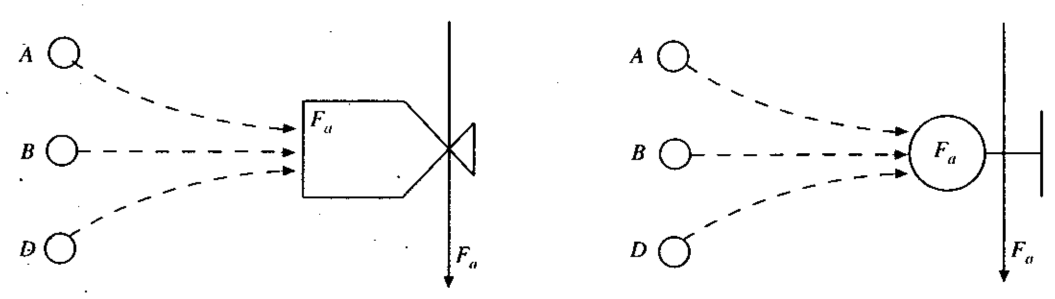


FIGURA 3.4. *Representaciones alternativas de un flujo en un diagrama de Forrester.*

La ecuación de flujo representa la función desarrollada por el observador del símil hidrodinámico de la figura 3.1. Es decir, con ayuda de la ecuación de flujo el observador calcula en cada instante la abertura de la válvula, o sea el flujo; de ahí la denominación de función de decisión.

A todo estado se asocia una variable de flujo, o incluso varias, lo que gráficamente, y empleando los símbolos de la figura 3.3, se puede representar como se hace en la figura 3.5.

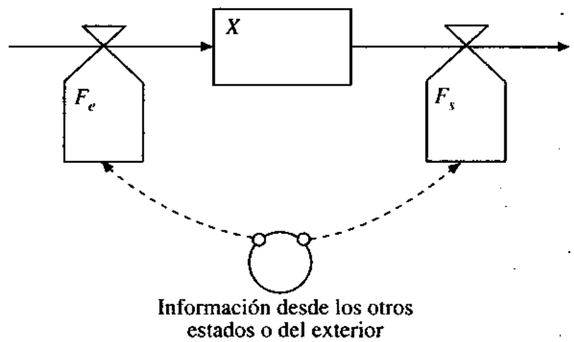


FIGURA 3.5. *Conexión de un estado X a los flujos de entrada F_e y de salida F_s.*

Una forma que toma muy frecuentemente la ecuación de un flujo es la que se representa en la figura 3.6 y que toma la forma

$$F(t) = T_n M(t) X(t)$$

donde T_n es una tasa normal y M es lo que se denomina un multiplicador de flujo normal. Si $M(t) = 1$ se tiene una situación neutral en la que $F(t) = T_n X(t)$, es decir, el flujo es una fracción constante y normal del nivel (por ejemplo, el número de nacimientos anuales de un modelo de población es una tasa normal de natalidad multiplicada por el nivel de la población).

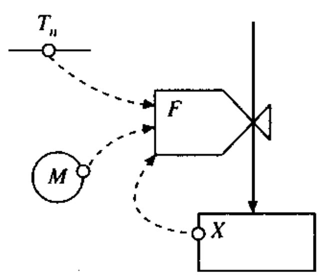


FIGURA 3.6. *Representación en el diagrama de Forrester de un flujo F cuyo valor viene dado por una tasa normal T_n afectada por un multiplicador M.*

Normalmente una variable de flujo dependerá no de una, sino de varias variables de acuerdo con una expresión de la forma

$$F = f(V_1, V_2, \ldots, V_k)$$

es decir, el flujo F es una función de varias variables. Es frecuente que esta dependencia pueda descomponerse multiplicativamente de modo que se tenga

$$F = f_1(V_1) \times f_2(V_2) \times \ldots \times f_k(V_k)$$

Así, en las funciones f_i se recoge el efecto de cada una de las variables que influyen sobre F. Una variable de flujo vendrá siempre medida por la unidad del estado al que alimenta, partida por el tiempo.

Las variables de flujo tienen como entradas exclusivamente a estados y a variables auxiliares. Es decir, dos variables de flujo no pueden conectarse entre sí. Siguiendo el símil hidrodinámico es fácil concebir cómo la decisión respecto a la abertura de la válvula, que alimenta a un cierto nivel, se toma exclusivamente en función de los valores de los otros estados; y cómo una variable de estado no puede influir directamente a otra variable de estado, sino a través del flujo que proporcione la primera.

La evolución del sistema en el tiempo comporta variaciones en los distintos estados. Estas variaciones se deben no sólo a la acción de factores externos (variables exógenas), sino, y sobre todo, a decisiones en un sentido amplio, tomadas en el interior del sistema, que se interpretan con ayuda de las funciones de decisión asociadas a las variables de flujo. En este sentido es cómo debe entenderse el que el sistema genere su propio comportamiento.

3.3.3. Variables auxiliares

Las variables auxiliares representan pasos o etapas en los que se descompone el cálculo de una variable de flujo a partir de los valores tomados por los estados. Se representan por medio de círculos como los que aparecen en la figura 3.3. Por ejemplo, en la figura 3.7 se tiene la representación, por medio de diagramas, del empleo de variables auxiliares que se indicó en las expresiones (3.6), (3.7) y (3.8).

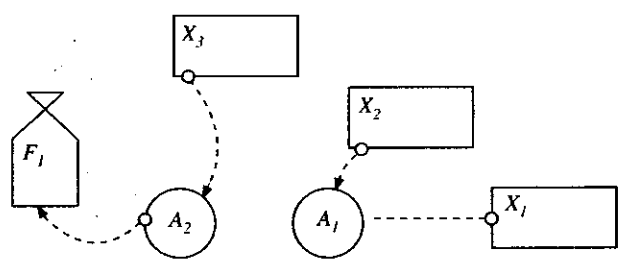


FIGURA 3.7. *Variables A_1 y A_2 como pasos intermedios en la determinación de F_1 en función de X_1, X_2 y X_3*

Las variables auxiliares unen los canales de información entre variables de estado y de flujo; en realidad, son parte de las variables de flujo. Sin embargo, se distinguen de ellas en la medida en que tengan un significado real por sí mismas, o sencillamente porque hacen más fácil la comprensión de las ecuaciones de flujo.

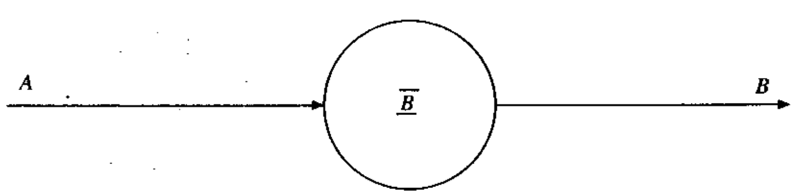


FIGURA 3.8. *Forma simbólica de representar que la variable B es una función no lineal o tabla de A.*

Las variables auxiliares se pueden emplear para representar las no-linealidades que aparecen en el sistema.

Si las variables A y B están ligadas por una expresión de la forma $B = f(A)$, en donde $f(A)$ es una función no lineal, entonces se utiliza un símbolo como el empleado para las variables auxiliares, tal como se indica en la figura 3.8. Estas funciones no lineales es habitual que se den mediante tablas de puntos, de modo que la función se completa por interpolación entre ellos. Por ello es frecuente referirse a estas funciones denominándolas *tablas*.

3.3.4. Otros símbolos empleados en los diagramas

Un estado se puede alimentar o bien desde otro estado, a través de la correspondiente variable de flujo, o bien desde una fuente exterior al sistema. En este último caso si, además, la fuente puede considerarse infinita —es decir, no agotable— se representa en los gráficos por medio de una "nube". En la figura 3.3 se tiene este símbolo.

Por otra parte, un estado, al disminuir, puede evacuar sobre otro estado, a través de la correspondiente variable de flujo, o sobre un pozo exterior al sistema. En este último caso, y si se supone que la capacidad del pozo es infinita, se representa por medio de una "nube". En la figura 3.9 se representa un estado, junto con las correspondientes variables de flujo, y las fuentes y pozos a él asociados.

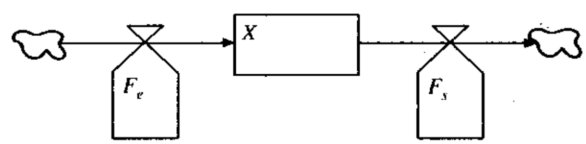


FIGURA 3.9. *Diagrama de Forrester de un estado X, con los flujos de entrada F_e y de salida F_s, y las "nubes" que representan los pozos y sumideros infinitos.*

Las variables de estado y de flujo están ligadas entre sí por medio de canales. En las primeras formulaciones de la dinámica de sistemas se distinguían entre dos clases de canales:

- canales materiales, los cuales se representan por un trazo continuo; y,
- canales de información, los cuales se representan por medio de un trazo discontinuo.

En la actualidad se prescinde de esa distinción y los modernos entornos informáticos ni siquiera permiten realizarla.

Con los símbolos de la figura 3.3 se puede construir un diagrama que represente el símil hidrodinámico de la figura 3.1, el cual a su vez no es sino una interpretación analógica del sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden de las expresiones (3.2), (3.3) y (3.4). Ello es lo que se hace en la figura 3.10. En esta figura se han considerado exclusivamente las variables auxiliares definidas en la figura 3.7, aunque se hubiesen podido concebir otras más.

Un diagrama construido con ayuda de los símbolos de la figura 3.3, tal como el de la figura 3.10, recibe la denominación de *diagrama de Forrester*[1] o diagrama de flujos-estados. En

[1] Se emplea en este libro la denominación de diagrama de Forrester para referirse a lo que se conoce también como diagrama Dynamo. Se considera más adecuada la denominación adoptada aquí, ya que la segunda hace referencia a un

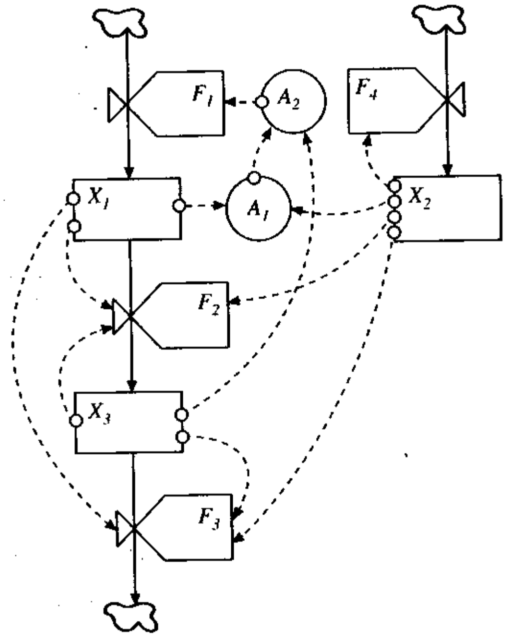


FIGURA 3.10. *Diagrama de Forrester del símil hidrodinámico de la figura 3.1.*

estos diagramas se ligan entre sí variables de estado y de flujo, a través de las correspondientes variables auxiliares.

Cualquier trayecto a través del diagrama de un sistema debe encontrar alternativamente estados y flujos y nunca dos variables del mismo tipo en sucesión (excepto variables auxiliares).

Resumiendo todo lo anterior cabe hacer dos consideraciones:

- En primer lugar debe considerarse que los procesos fundamentales que tienen lugar en un sistema pueden ser caracterizados por flujos y por estados (acumulaciones). Por ejemplo, los nacimientos se acumulan en la población, los flujos de producción se acumulan en "stocks", el personal contratado se acumula en la plantilla, etc. En este contexto es claro que integración es sinónimo de acumulación.
- En segundo lugar, aunque el flujo y la integración son inherentes a los sistemas, solamente se puede observar la integración. Los flujos son instantáneos y sólo pueden ser medidos como promedios sobre un determinado periodo. Por consiguiente, las integraciones cobran un interés singular, puesto que son las variables que pueden ser medidas y que suministran las bases prácticas para la actuación sobre el sistema.

3.4. RETRASOS

Una característica importante que debe considerarse en el estudio de los sistemas son los retrasos que se producen en la transmisión de la información o de los bienes materiales en su

---

lenguaje concreto de programación denominado DYNAMO, del que se hablará más adelante, restándole generalidad a estos diagramas, que como se pone de manifiesto en lo que sigue, dan lugar a modelos susceptibles de ser programados en cualquier lenguaje de alto nivel. Por otra parte, está justificada la terminología aquí adoptada ya que en estos diagramas se encuentra la aportación más original de Forrester al modelado de sistemas.

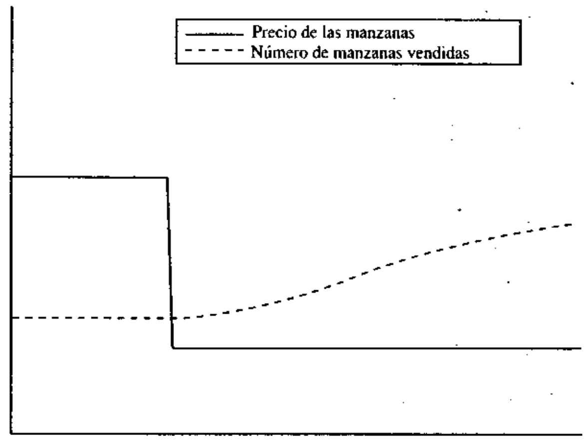


FIGURA 3.11. *Retraso que se produce en la percepción de la variación del precio de un producto en el mercado.*

seno. Al construir el diagrama de influencias de un sistema hay que tener en cuenta que la relación de influencia que liga a dos variables puede implicar una transmisión para la que se requiera el transcurso de un cierto tiempo. Se está entonces en presencia de un retraso. Se han propuesto también las denominaciones de retardo y de demora, aunque aquí se ha adoptado la de retraso.

De hecho, los retrasos se producen en cualquier descripción del mundo real. Por ejemplo, la gente basa normalmente sus decisiones en la percepción que tiene del mundo, y no en su estado actual. Se necesita un cierto tiempo para formarse una idea sobre la situación real de un determinado problema antes de tomar una decisión con respecto al mismo. Por otra parte, una vez tomada una decisión, debe transcurrir algún tiempo hasta que se observen sus efectos.

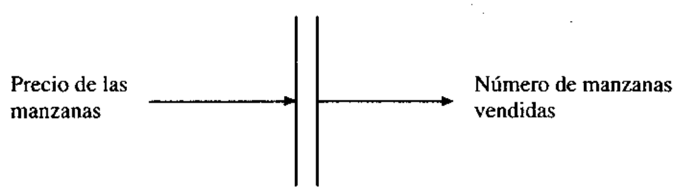


FIGURA 3.12. *Símbolo que se emplea en los diagramas para representar un retraso de transmisión.*

Supóngase que en un instante determinado desciende de forma significativa el precio de un producto del mercado, las manzanas por ejemplo. El número de manzanas vendidas aumentará, como resultado de esta disminución de precio, sin embargo el número de manzanas vendidas no responderá de manera instantánea a la variación del precio, sino que más bien sucederá algo parecido a lo que se indica en la figura 3.11. Se justifica la forma de la curva considerando que la percepción por parte de los compradores de la disminución del precio de las manzanas requiere un cierto tiempo, que hace que se produzca un retraso entre la disminución del precio de las manzanas y el aumento de sus ventas. Uno de los símbolos que representan un retraso se muestra en la figura 3.12.

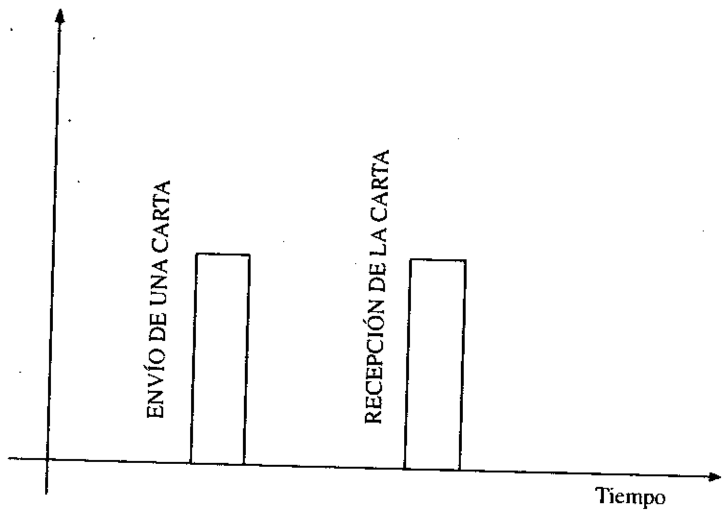


FIGURA 3.13. *Retraso de un acontecimiento aislado.*

Para los microprocesos los retrasos se convierten en pausas. Es decir, para un comprador aislado en el mercado, el retraso consiste en el tiempo que tarda en llegarle la noticia de la reducción del precio de las manzanas. Sin embargo, para variables agregadas —que son las que aquí interesan— los retrasos producen ajustes graduales entre las variables relacionadas. Por ejemplo, la figura 3.13 muestra el retraso que se presenta en la recepción de una carta aislada, mientras que en la figura 3.14 se tiene el retraso que se produce en la distribución de un número elevado de ellas. Se muestra así el efecto de agregación de distintos retrasos, que da lugar a un retraso global.

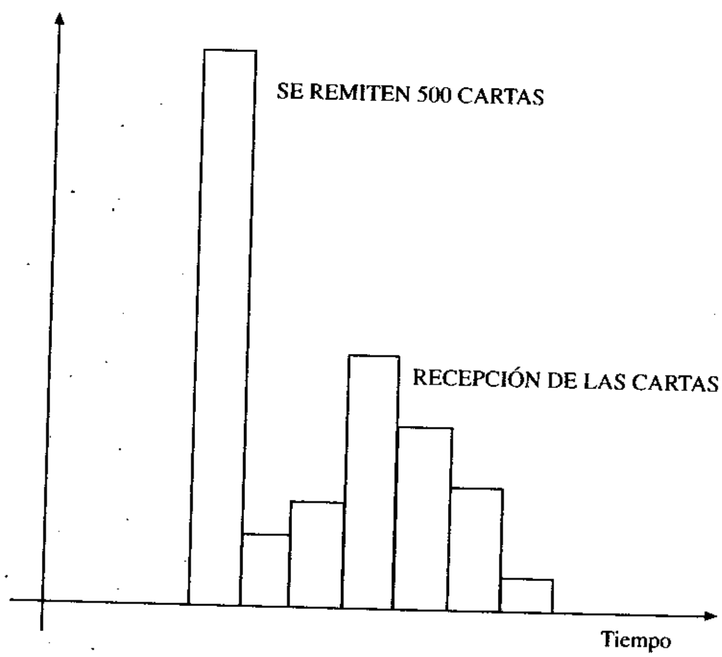


FIGURA 3.14. *Retraso de un acontecimiento agregado.*

Un proceso como el de distribución de las cartas puede ser modelado con ayuda de variables de flujo y de estado, tal como se indica en la figura 3.15. Se tiene así un ejemplo de la función que se denomina *retraso* en dinámica de sistemas. Los ejemplos anteriores muestran que un retraso implica siempre una acumulación del material o de la información que se retrasa; por ejemplo, las cartas se acumulan en alguna parte entre el instante en que son depositadas en el buzón de correos y el momento en que llegan a manos del destinatario. Los retrasos, por consiguiente, implican la aparición de variables de estado adicionales en la construcción de un modelo. Según se trate de flujos de transmisión de bienes materiales o de información, los retrasos pueden ser también de materiales o de información.

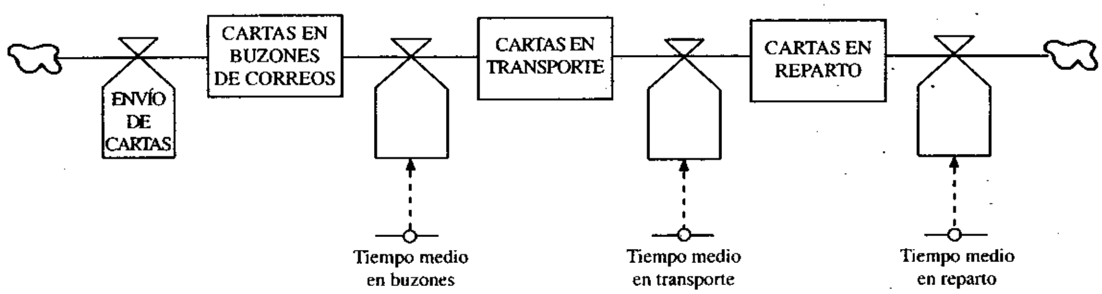


FIGURA 3.15. *Ejemplo de mecanismo para la generación de retrasos.*

3.4.1. Retrasos en las transmisiones de material

Los retrasos en la transmisión de materiales, o simplemente retrasos de materiales, se producen cuando existen elementos en el sistema que almacenan el material que fluye por el mismo produciendo con ello el correspondiente retraso. Un ejemplo lo constituye la distribución de cartas de correos que se ha considerado más arriba.

La forma más sencilla de obtener una aproximación a un retraso en dinámica de sistemas es mediante lo que se conoce como un retraso de primer orden. Este retraso se consigue mediante una ecuación diferencial de la forma

$$\dot{x} = a(u - x) \tag{3.12}$$

en donde $a = 1/T_a$, siendo T_a la constante de tiempo del sistema. El comportamiento de un sistema que responda a esta ecuación puede interpretarse de modo que la señal de salida x trata de ajustarse a la de entrada u, con una constante de tiempo T_a.

A continuación veremos cómo se interpreta en dinámica de sistemas el efecto del retraso del sistema de distribución de cartas. Aquí aparece una única variable de estado x responsable de la acumulación que produce el retraso. Lo que se retrasa es un flujo (el flujo de cartas) porque se acumula en la variable de estado correspondiente, variable que absorbe la diferencia entre el flujo de entrada y el de salida. El flujo de salida F_s depende del nivel alcanzado en la variable de estado x y del tiempo de retraso medio T_a (que puede ser constante o variable), de acuerdo con la expresión

$$F_s = \frac{x}{T_a}$$

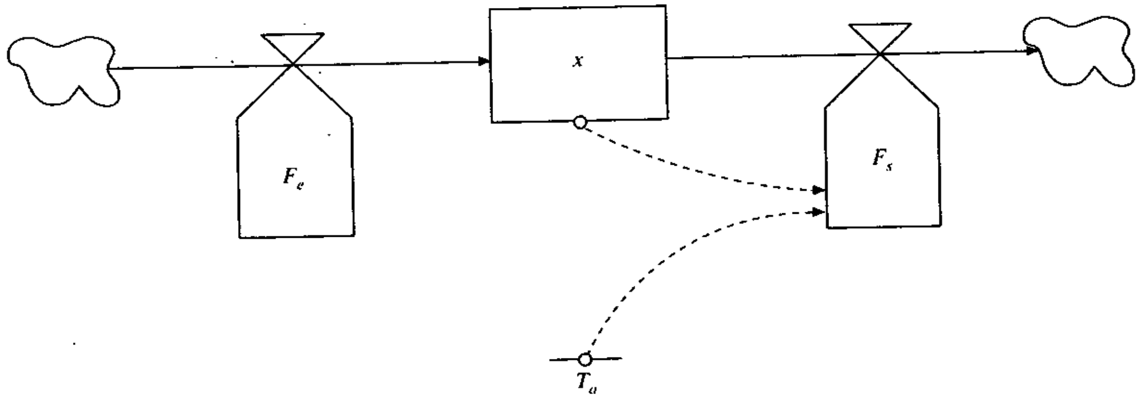


FIGURA 3.16. *Diagrama de Forrester de un retraso de primer orden.*

Un retraso de primer orden consiste, por tanto, en un flujo de entrada F_e que se acumula en una variable de estado x y que fluye "retrasado" a la salida mediante un flujo F_s. Su diagrama de influencias básico se muestra en la figura 3.17. El correspondiente diagrama de Forrester es el de la figura 3.16. De acuerdo con este diagrama las ecuaciones correspondientes son:

$$\frac{dx}{dt} = F_e - F_s = F_e - \frac{x}{T_a} \tag{3.13}$$

es decir

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{T_a} = F_e$$

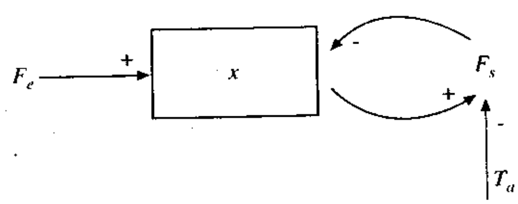


FIGURA 3.17. *Diagrama de influencias básico de un retraso de primer orden.*

Esta ecuación define la variación de x, variable que representa la acumulación de bienes, dinero o gente en tránsito, y que sufre el retraso. Si u es la señal que se pretende retrasar se toma $F_e = u/T_a$, con lo que la ecuación anterior se convierte en

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{T_a} = \frac{u}{T_a}$$

por tanto

$$u = x + T_a \frac{dx}{dt}$$

y se tiene la expresión (3.12).

La respuesta de este sistema a un escalón unitario de entrada es la que se muestra en la figura 3.18.

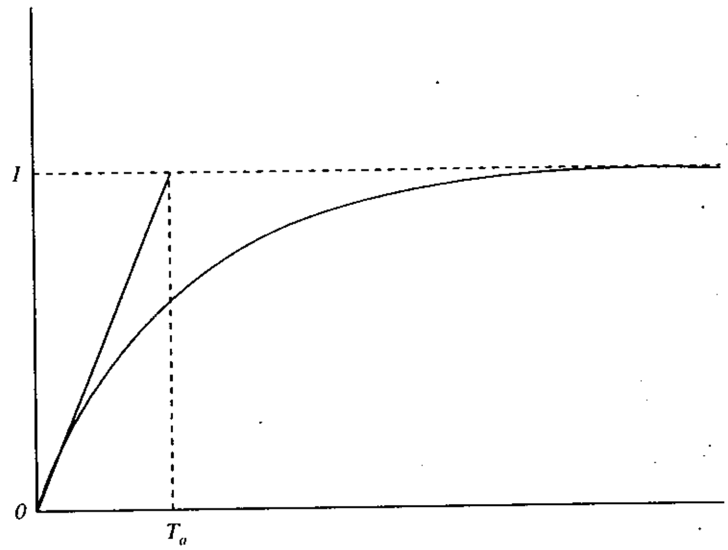


FIGURA 3.18. *Respuesta de un retraso de primer orden a un escalón unitario de entrada.*

Para obtener una mejor aproximación a un retraso se emplean varios sistemas de primer orden en serie. En la figura 3.19 se tiene un retraso de tercer orden, es decir, formado por tres variables de estado. De hecho es parecido al que se encontró más arriba al tratar el problema de la distribución de las cartas. Debe observarse que el tiempo de ajuste $1/a$ de cada uno de los flujos es un tercio del correspondiente al conjunto del retraso T_a. Las ecuaciones del retraso son en este caso:

$$\begin{aligned} \frac{dz_2}{dt} &= a(u - z_2) \\ \frac{dz_1}{dt} &= a(z_2 - z_1) \\ \frac{dx}{dt} &= a(z_1 - x) \end{aligned} \tag{3.14}$$

donde $1/a = T_a/3$.

De manera análoga se tiene un retraso de orden n. Cada uno de los flujos tendrá un tiempo de ajuste $T_a/n = 1/a$, en donde T_a es el tiempo de ajuste del conjunto.

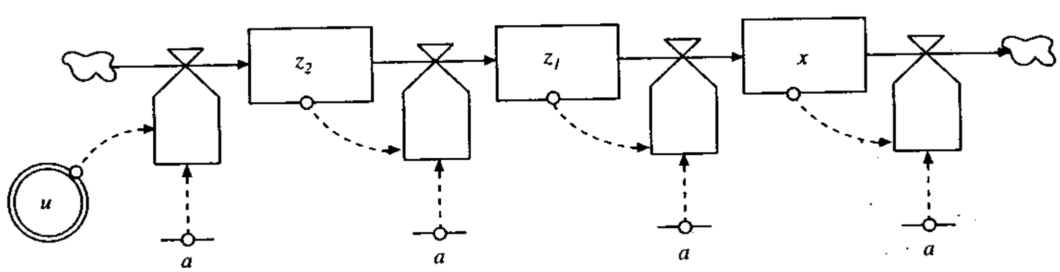
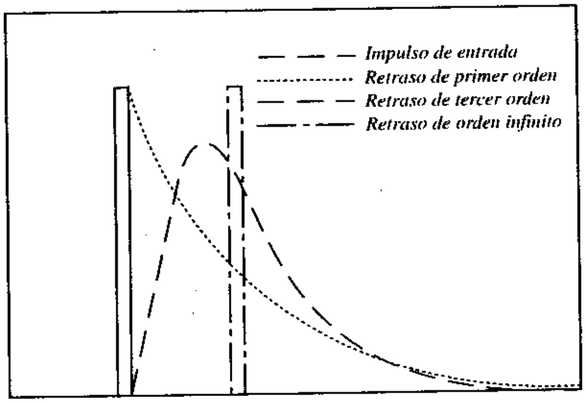
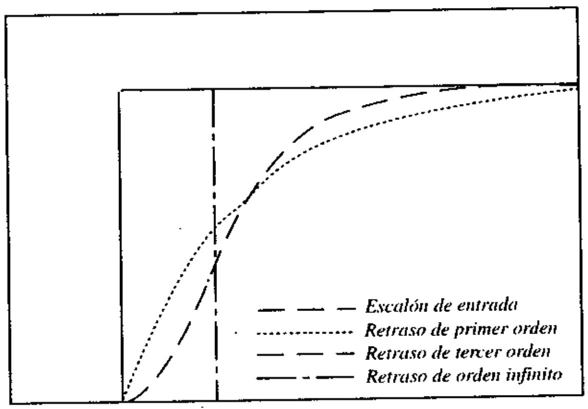


FIGURA 3.19. *Retraso de tercer orden en la transmisión de material.*



(a)



(b)

FIGURA 3.20. *Evolución en el tiempo de retrasos de primer orden y tercer orden: (a) respuesta a un impulso y (b) respuesta a un escalón.*

En las figuras 3.20a y 3.20b se representa la respuesta de un retraso de material para distintos valores de n a una entrada en escalón, es decir, a un cambio súbito en el flujo de entrada, y a un impulso. Se observa cómo al aumentar el orden n del retraso se alcanza una mayor fidelidad en la reproducción de los impulsos.

Con relación a la inclusión de retrasos en las relaciones de influencia deben tenerse en cuenta los siguientes efectos:

1. para $t \to \infty$, $x = u$, por lo que los equilibrios del sistema no vienen alterados. Es decir, a largo plazo la entrada se hace igual a la salida con independencia de los retrasos que se produzcan;
2. por el contrario, durante el transitorio, el efecto de un retraso puede ser inestabilizador.

Para ilustrar este último punto veamos qué sucede en un sistema de primer orden si se introduce un retraso en su cadena de realimentación. Sea el sistema de primer orden con realimentación negativa de la figura 3.21, cuya ecuación es

$$\frac{dy}{dt} = k(r - y)$$

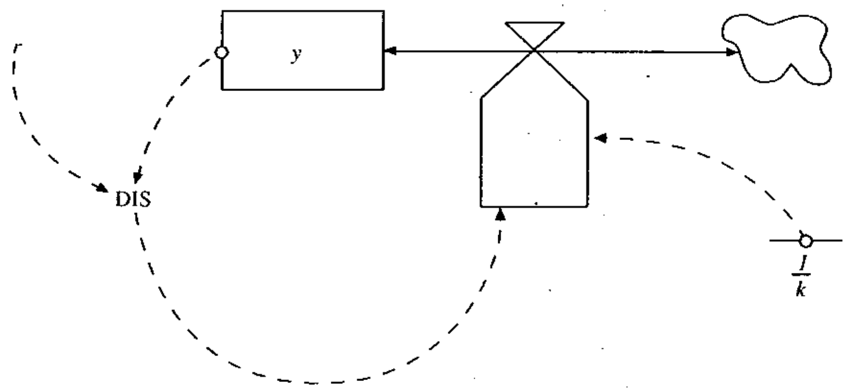


FIGURA 3.21. *Sistema de primer orden con realimentación negativa.*

donde y es la variable de salida del sistema, r la referencia (valor deseado de la salida) y k una constante. Obsérvese que si se hace $k = a$ esta ecuación es idéntica a la ecuación (3.12). Por tanto, el comportamiento del sistema de primer orden ante una entrada en escalón es el que se vio en la figura 3.18 y que se vuelve a reproducir en la figura 3.22a.

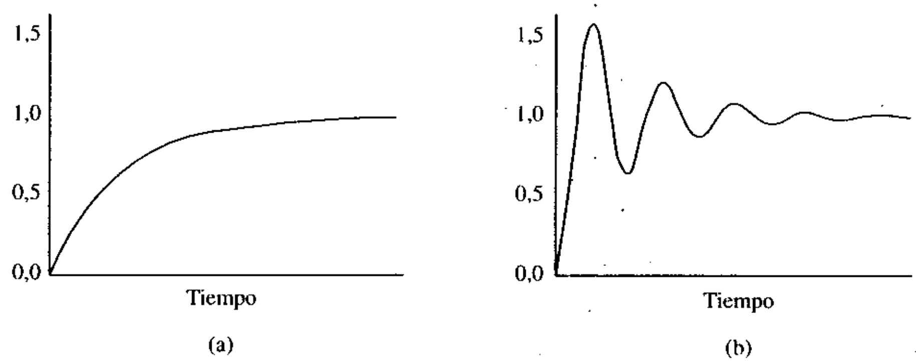


FIGURA 3.22. *Comportamiento de un sistema de primer orden: a) sin retraso; b) con retraso.*

Si se introduce un retraso en la cadena de realimentación se tendrá el sistema que se muestra en la figura 3.23, y cuyas ecuaciones son:

$$\frac{dy}{dt} = kx \tag{3.15}$$

$$\frac{dx}{dt} = a(u - x) \tag{3.16}$$

$$u = r - y \tag{3.17}$$

siendo $a = 1/\tau$. Para valores suficientemente grandes del retraso $1/a$, este sistema presenta oscilaciones como se refleja en la figura 3.22b y como se puede comprobar utilizando técnicas convencionales de análisis matemático.

En consecuencia, la introducción del retraso puede modificar el comportamiento de un sistema de primer orden y convertirlo en oscilatorio.

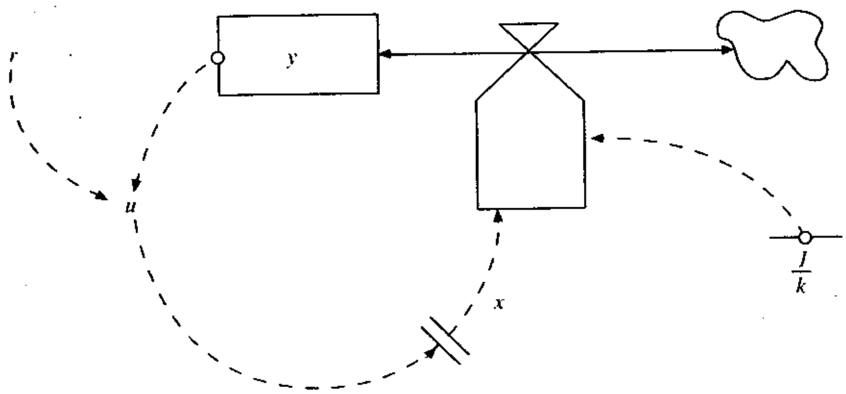


FIGURA 3.23. *Sistema con retraso en la realimentación.*

3.4.2. Retrasos en la transmisión de información

Los retrasos en la transmisión de información resultan de la necesidad de procesar información sobre el sistema con el fin de averiguar las tendencias subyacentes, antes de proceder a una toma de decisión. Este proceso introduce un retraso en la toma de decisiones, ya que éstas no se toman hasta que las pautas correspondientes han sido reveladas.

De esta naturaleza es el retraso considerado más arriba en el problema del precio de las manzanas. De hecho, los retrasos en la transmisión de información actúan como filtros alisadores (*smoothing*) que son capaces de alisar los picos que presenta la evolución de una variable tomando un valor promedio de la misma, tal como se representa en la figura 3.24. En el proceso de promediar se ponderan los datos disponibles de manera que los más recientes influyan en el promedio de forma más significativa que los más antiguos.

La ecuación de un promedio exponencial asociado a un retraso de información es la misma que la de un retraso de material.

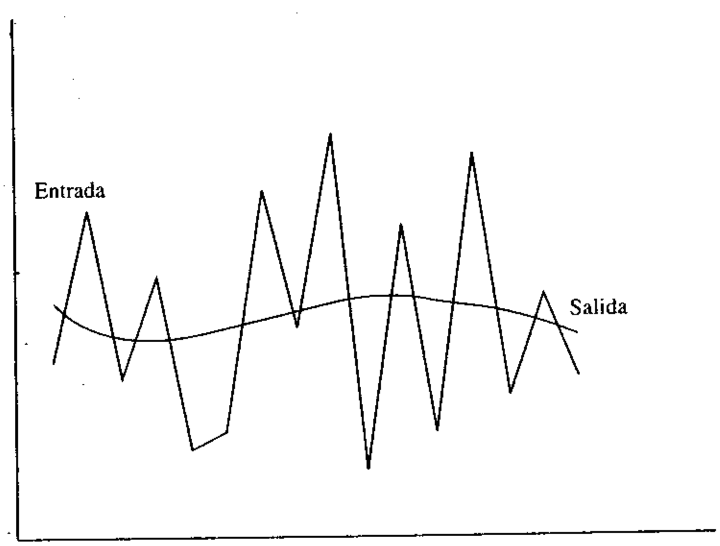


FIGURA 3.24. *Efecto de un filtro alisador sobre la evolución de una variable.*

5.1. INTRODUCCIÓN

Con el material contenido en los capítulos anteriores el lector se encuentra en disposición de comprender los elementos básicos que aparecen en un modelo de dinámica de sistemas, y aún de construir por sí mismo modelos elementales. Con estos conocimientos se puede abordar con provecho la lectura de obras dedicadas a describir modelos basados en dinámica de sistemas. Sin embargo, al interesado no sólo en la lectura de trabajos de otros, sino en la creación de modelos propios de carácter no elemental, se le plantean inmediatamente las cuestiones sobre cuál es la génesis de uno de estos modelos, cómo se llega a elegir las variables, a establecer las relaciones y a decidir todos los aspectos que conducen a un modelo acabado. Es decir, ¿cómo se consiguen captar los elementos esenciales para la reproducción de un comportamiento real complejo?

La respuesta a algunas de estas cuestiones ya ha sido insinuada, en forma dispersa, a lo largo de las páginas anteriores. Por otra parte, no debe perderse de vista que cualquier fase de construcción de un modelo de la naturaleza de los que aquí se estudian, en los que se trata de sintetizar en unas pocas variables el funcionamiento de un aspecto sumamente complejo de la realidad, está presidida, en gran parte, por la experiencia, la intuición y la inspiración. Sin embargo, es posible llegar a una cierta sistematización en las fases de la construcción de un modelo con ayuda de la dinámica de sistemas; y a ello se va a dedicar la sección 5.2. A continuación se ilustrarán estas fases por medio de un ejemplo (sección 5.3). El modelo que se va a utilizar es muy simple, al igual que los descritos hasta ahora, para no dificultar la exposición. Por supuesto, la aplicación de la dinámica de sistemas no se reduce a modelos elementales, sino que su interés radica en el desarrollo de modelos complejos. En la sección 5.4 se describe a grandes rasgos uno de estos modelos.

5.2. LAS FASES EN LA CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO

De una forma general se puede decir que en el proceso de desarrollo de un modelo se incluyen tres fases principales:

- *conceptualización*, que consiste en la adopción de una perspectiva y en el esbozo de una comprensión de un cierto fenómeno del mundo real;
- *formulación del modelo*, que trata de la representación de los elementos intuitivos elaborados en la fase de conceptualización por medio de un lenguaje formal;
- *evaluación del modelo*, consistente en un análisis del mismo, así como su sometimiento a varios criterios de aceptabilidad.

En la parte izquierda de la figura 5.1 se muestran, de forma esquemática, las tres fases a las que se acaba de aludir. En la mitad derecha de esta figura se indica el carácter iterativo de la construcción de un modelo, en virtud del cual no se pasa de una forma progresiva y única por las tres fases indicadas, sino que se puede ir de una fase a otra, sin ningún orden especial, cuantas veces sea necesario. A continuación se van a describir con detalle cada una de las fases enunciadas.

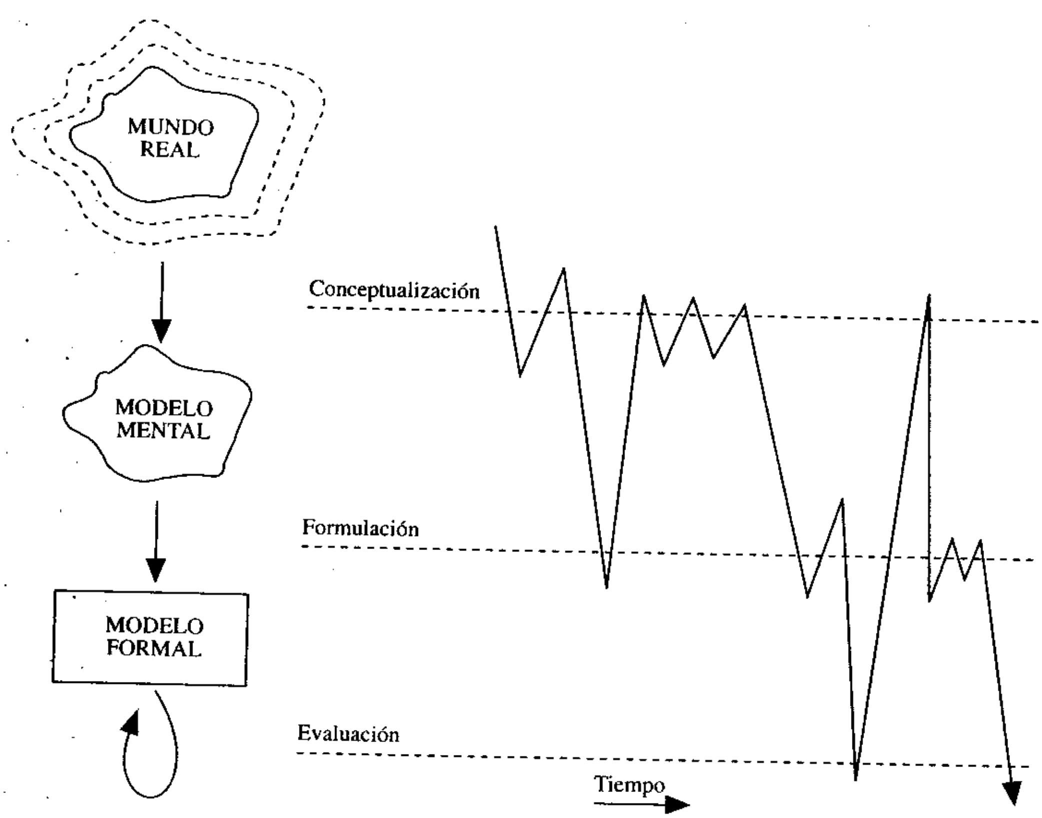


FIGURA 5.1. *Carácter iterativo de las fases de construcción de un modelo.*

5.2.1. Fase de conceptualización

La fase de conceptualización se inicia, normalmente, con una familiarización con el problema que se va a estudiar, que incluye el tratamiento de la literatura al respecto, opiniones de expertos, experiencias propias, etc.; en resumen, se trata de sumergirse en el problema en cuestión.

Tras esta familiarización, hay que definir con precisión los aspectos del problema que se quiere resolver y describirlos en forma precisa y clara. En toda la fase de conceptualización debe intentarse llegar al máximo de concisión, claridad y precisión.

A partir del conocimiento previo sobre estructuras simples de comportamiento de sistemas dinámicos se tratará de particularizar el comportamiento dinámico relevante del sistema bajo estudio, así como la estructura más simple que pueda generar este comportamiento.

De esa manera, y de una forma progresiva, se van identificando los distintos elementos que formarán el sistema, lo que conduce de modo natural al establecimiento de los límites del sistem y a una descripción primaria de los bucles de realimentación. Surge así el diagrama de influencias del sistema, con lo que se puede considerar finalizada la fase de conceptualización.

5.2.2. Fase de formulación

Después de construir el diagrama de influencias se procede a su formulación con ayuda de un lenguaje formal preciso. En dinámica de sistemas ello consiste en primer lugar en el establecimiento del diagrama de Forrester, a partir del cual se escriben las ecuaciones del modelo; éstas pueden expresarse en un lenguaje que permita su formulación informática.

En esta fase debe procederse a asignar valores a los parámetros que intervienen en el modelo. Se trata de un punto sumamente delicado e importante del que, en muchos casos, dependerá la utilidad que consiga. Sobre este punto se volverá más adelante al estudiar la estimación de parámetros.

La fase de formulación concluye cuando se dispone de un modelo del sistema bajo estudio en forma de ecuaciones programadas en un computador.

5.2.3. Fase de evaluación

Una vez construido el modelo se procede a ensayar, por medio de simulaciones, las hipótesis sobre las que se ha construido, así como la consistencia entre las mismas.

Un aspecto muy importante de esta fase es el análisis de sensibilidad del modelo, en virtud del cual se estudia la dependencia de las conclusiones que se extraen del modelo, con relación a posibles variaciones que sufran los valores de los parámetros que aparecen en él.

Cuando se consideran satisfactorios los análisis de consistencia de las hipótesis y los de sensibilidad, se procede a estudiar el comportamiento del modelo ante distintas políticas alternativas, con el fin de elaborar unas recomendaciones respecto a la actuación futura sobre la realidad.